هو الحكيم

دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فیزیک

بررسی سهم پتانسیلهای اختلالی درمحاسبه جرم مزونها

محمد رضا شجاعی*، حسن حسن آبادی، علی اکبر رجبی

۱-چکیده

۲- مقدمه

۳- حل معادله شرودینگر با پتانسیل باررنگ و نوسانی

۴- پتانسیل ناشی از اثراسپین ـ اسپین

۵- پتانسیل ناشی از اثرایزواسپین ـ ایزواسپین

۶-پتانسیل ناشی از اثر اسپین ـ ایزواسپین

۷- نتیجه گیری

۸- مـــراجـــــع

۱-چکیده :

با استفاده از معادله شرودینگر برای یک مزون که متشکل از یک کوارک و یک پادکوارک می‌باشد و در نظر گرفتن پتانسیل برهم کنش بین ذرات به صورت ترکیبی از دو پتانسیل، یکی پتانسیل ناشی از باررنگ و دیگری پتانسیل نگاهدارنده به صورت پتانسیل نوسانی، جواب دقیق و تحلیلی آن را محاسبه نموده و سپس برای محاسبه جرم مزونها علاوه بر پتانسیل‌های فوق ، پتانسیل های اسپین ـ اسپین واسپین ـ ایزواسپین و ایزواسپین ـ ایزواسپین را به صورت پتانسیل‌های اختلالی در نظر می‌گیریم و به صورت جداگانه محاسبه نموده و سپس با استفاده از هم ارزی جرم ـ انرژی ، جرم مزونها را محاسبه می‌نمائیم.

۲-مقدمه

در ذرات بنیادی ذرات را به طور کلی از نظر ساختار به دو دسته تقسیم می کنیم :

الف) ذراتی که دارای ساختار داخلی می باشند که به آنها هادرون می گوییم.

هادرونها

۱- باریونها :از سه کوارک تشکیل شده اند .

مانند پروتون (**uud**) و نوترون (**ddu**)

۲- مزونها: از یک کوارک وپاد کوارک تشکیل شده اند.

مانند $\pi^{+}(u\bar{d})$, $\psi(c\bar{c})$, $\phi(s\bar{s})$

ب) ذراتی که دارای ساختار داخلی نمی باشند.که به آنها لپتونها می گوییم.

عبارتند از:

$$\begin{pmatrix} e^{-} \\ \nu_{e^{-}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_{\mu} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_{\tau} \end{pmatrix}$$

Quark Quantum Numbers

All: spin=1/2, baryon number B=1/3

Flavor	Q/e	M/GeVc^{-2}	I	I_3	S	C	B*	Top
u	+2/3	0.005	½	½	0	0	0	0
d	-1/3	0.009	½	- ½	0	0	0	0
s	-1/3	0.175	0	0	-1	0	0	0
c	+2/3	1.5	0	0	0	1	0	0
b	-1/3	4.9	0	0	0	0	-1	0
t	+2/3	162	0	0	0	0	0	1

T,T_3: isospin; S: strangeness; C: charm; B*: bottom qu.#, Top: top qu.#

مزونها در بنیادی ترین سطحشان از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده اند. همچنین مزونها دارای اسپین صحیح بوده و با نوکلئونها از طریق نیروی قوی برهم کنش می نمایند (البته علاوه بر نیروهای ضعیف و الکترومغناطیس). مزونها می-توانند در برخورد نوکلئون ـ نوکلئون به وجود آیند و به سرعت در اثر برهم کنش قوی، الکترومغناطیسی یا ضعیف به مزونهای سبکتر، فوتونها یا لپتونها واپاشیده شوند.

پتانسیلها:

پتانسیل رنگ

$$\frac{-c}{x}$$

پتانسیل نگهدارنده

$$a x^{2}$$

پتانسل کلی

$$V(x) = ax^2 - \frac{c}{x}$$

معادلهٔ شرودینگر:

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}\right)+\left[V(x)-\varepsilon+\frac{\ell(\ell+1)}{2\mu x^2}\right]\psi(x)=0 \quad (۱)$$

جرم کاهش یافته

$$\mu=\frac{m_q\, m_{\bar{q}}}{m_q+m_{\bar{q}}}$$

برای سادگی:

$$\hbar=c=1$$

۳- حل معادله شرودینگر با پتانسیل باررنگ و نوسانی

روشهای مختلفی برای حل معادله (۱) وجود دارد اما دراین مقاله با پیش بینی یک جواب مناسب برای و پیدا کردن ضرایب آن می توانیم جواب معادله را بدست آوریم. ابتدا تغییر متغیرهای زیر را در نظر می‌گیریم :

$$\psi(x) = \frac{1}{x}\varphi(x) \qquad \varepsilon_1 = m\varepsilon \qquad a_1 = ma \qquad c_1 = mc$$

با جایگذاری در معادله (۱) داریم:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \left[-\varepsilon_1 + a_1x^2 - \frac{c_1}{x} + \frac{\ell(\ell+1)}{x^2}\right]\varphi(x) \qquad (۲)$$

جواب معادله فوق را به صورت روبرو می گیریم:

$$\varphi(x) = h(x)\ \exp\left[y(x)\right]$$

توابع $h(x)$ و $y(x)$ را به صورت زیر مناسب انتخاب می‌کنیم

$$h(x) = 1 + \alpha_1 x \qquad y(x) = -\frac{1}{2}\alpha x^2 + \delta L_n(x) \tag{۳}$$

در این صورت داریم:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left[y'' + y'^2 + \left(\frac{h'' + 2y'h'}{h} \right) \right] \varphi(x) \tag{۴}$$

ضرایب پتانسیل را به صورت زیر به دست می آید :

$$c = \sqrt{\frac{4\varepsilon}{5m}} \qquad \alpha = \frac{m\varepsilon^2}{25} \qquad \delta = \ell + 1$$

تابع $\varphi(x)$ را می‌توان به شکل زیر نوشت :

$$\varphi(x)=N\left(1-\left(\frac{m\varepsilon}{5}\right)^{\frac{1}{2}}x\right)x^{\ell+1}\,exp\left[\left(-\frac{m\varepsilon}{5}\right)x^{2}\right]$$ (۵)

تابع موج $\psi(x)$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم :

$$\psi(x)=\frac{1}{x}\varphi(x)=N\left(1-(\frac{m\varepsilon}{5})^{1/2}x\right)x^{\ell}\exp\left[\left(\frac{-m\varepsilon}{5}\right)x^{2}\right]$$ (۶)

با توجه به شرط بهنجارش :

$$\int_{0}^{\infty}\psi^{*}\psi d^{3}x=1$$

$$N=\sqrt{\frac{1}{4\pi}\left(\frac{64\alpha'^{3/2}}{7\sqrt{2\pi}-16}\right)}$$

$$\alpha'=\frac{m\varepsilon}{5}$$

با توجه به جواب تابع موج که بدست آوردیم، می‌توان برای حالت پایه

$\ell = 0$ جابجایی انرژی را محاسبه نمود. البته در حالت دقیق تر علاوه بر دو پتانسیل فوق باید پتانسیل های ناشی از اثر اسپین ـ اسپین واثراسپین ـ ایزواسپین و اثرایزواسپین ـ ایزواسپین را نیز در نظر گرفت. این پتانسیل ها را به عنوان پتانسیل های اختلالی در نظر می‌گیریم و جا به جایی انرژی ناشی از آنها را محاسبه می‌کنیم.

۴- پتانسیل ناشی از اثراسپین ـ اسپین

چون کوارکها دارای اسپین می باشند بنابراین برای بررسی دقیق برهم کنش ها باید اثر اسپین کوارکها را در نظر گرفت اگر فرض کنیم که S_1 و S_2 به ترتیب اسپین کوارک و اسپین پادکوارک می باشند دراین صورت پتانسیل اسپین – اسپین را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت

(۷)

$$H_S = A_S \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\sigma_s} \right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_s^2}} (\vec{S}_1 . \vec{S}_2)$$

$$\sigma_s = 0.8\, fm \qquad A_s = 38.4 (fm)^2$$

نیروی بین کوارک ها نیروی قوی هسته ای است که مستقل باری هستند این نیروها برد کوتاهی در حدود ابعاد هسته دارند که در فواصل کوتاه به شدت افزایش یافته و در فواصل دور به سمت صفرمیل می کنند با این شرایط می توان پتانسیل زیر را برای سیستم پیشنهاد داد:

$$V = -V_0 \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right)$$

در رابطه فوق x فاصله بین کوارک ها است

$$F = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2x\frac{V_0}{x_0^2}\exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right)$$

. همچنین چون کوارکها دارای اسپین می باشند و با یکدیگر بر همکنش دارند در این صورت باید علاوه بر جمله فوق این بر هم کنش را نیز در نظر بگیریم.

در این صورت این بر همکنش اسپینها را به صورت $S_1.S_2$ در نظر می گیریم. از طرفی چون برای کوارکها ایزواسپین در نظر می گیریم این پتانسیل برهمکنشی را نیز به صورت $I_1.I_2$ در نظر می گیریم.

$$V = V_0 \, f\left(\frac{x^2}{x_0^2}, S_1.S_2, I_1.I_2\right)$$

در این صورت می توان پتانسیل اسپین – اسپین را به صورت زیر در نظر گرفت.

$$H_S = A_S \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\sigma_s}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_s^2}} (\vec{S}_1 . \vec{S}_2)$$

اسپین کل برای مزونها را باید به صورت حالتهای تک تایه **S=0** و سه تایه **(S=1)** در نظر بگیریم. در این حالت پتانسیل را به صورت اختلال در نظر می‌گیریم و برای حالت پایه $\ell = 0$ تغییرانرژی آن را $\Delta_S^{(1)}$ می‌نامیم.

$$\Delta_S^{(1)} = \langle \psi | H_S | \psi \rangle = \frac{4\pi A_s N^2 \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{\left(\sqrt{\pi}\sigma_s\right)^3} \int_0^\infty e^{\frac{-x^2}{\sigma_s^2}} x^2 \left(1 - \alpha'^{\frac{1}{2}} x\right)^2 e^{-2\alpha' x^2} dx \qquad (۸)$$

$$\alpha' = \frac{m\varepsilon}{5}$$

با حل تحلیلی این انتگرال جواب به صورت روبرو در می آید :

$$\Delta_S^{(1)} = \frac{64\alpha'^{3/2} A_S(\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2)}{(7\sqrt{2\pi}-16)(\sqrt{\pi}\sigma_s)^3}\left(\frac{\beta(2\sqrt{\pi}+7\sqrt{\pi}\alpha'\beta-8\sqrt{a'}\sqrt{\frac{1+2\alpha'\beta}{\beta}}\beta)}{8\sqrt{\frac{1+2\beta}{\beta}}\left(1+4\alpha'\beta+4\alpha'^2\beta^2\right)}\right) \qquad (۹)$$

که در آن $\beta = \sigma_s^2$ می باشد و در آن : به ازای $\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ برابر با و به ازای $S=0$

برابر $-\frac{3}{4}$ با $S=1$ می باشد $\frac{1}{4}$

$$\Delta_I^1 = \langle \psi | H_j | \psi \rangle = \frac{4\pi A_I H^2 \vec{I}_1.\vec{I}_2}{\left(\sqrt{\pi}\sigma_1\right)^3} \int_0^\infty e^{\frac{-x^2}{\sigma_S^2}} x^2 \left(1-\alpha'^{1/2} x\right)^2 e^{-2\alpha' x^2} dx \qquad (۱۱)$$

$$\Delta_I^1 = \frac{64\alpha'^{3/2} A_I (\vec{I}_1.\vec{I}_2)}{(7\sqrt{2\pi}-16)(\sqrt{\pi}\sigma_I)^3} \left[\frac{\gamma(2\sqrt{\pi}+7\sqrt{\pi}\alpha'\gamma - 8\sqrt{\alpha'}\sqrt{\frac{1+2\alpha'\gamma}{\gamma}}\gamma)}{8\sqrt{\frac{1+2\gamma}{\gamma}}(1+3\alpha'\gamma+4\alpha'^2\gamma^2)} \right] \qquad (۱۲)$$

که در آن $\gamma = \sigma_I'^2$ است و $\vec{I}_1.\vec{I}_2$ مقادیر به $-\frac{3}{4}$ ازاي $I=0$ و $\frac{1}{4}$ به ازاي $I=1$ دارد.

–پتانسیل ناشی از اثر اسپین ـ ایزواسپین

پتانسیل اسپین ـ ایزواسپین به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$H_{sI}=A_{sI}\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{sI}}\right)^{3}e^{\frac{-x^{2}}{\sigma_{sI}^{2}}}(\vec{S}_1.\vec{S}_2)(\vec{I}_1.\vec{I}_2) \qquad (۱۳)$$

$$\sigma_{SI}=2/31(fm) \qquad A_{SI}=-106/2(fm)^{2}$$

سهم تغییر انرژی ناشی از اسپین ـ ایزواسپین را در حالت پایه $\ell=0$ با Δ_{SI}^{1} نمایش می دهیم .

$$\Delta_{sI}^{(1)}=\langle\psi|H_{SI}|\psi\rangle=\frac{4\pi A_{SI}N^{2}(\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2)(\vec{I}_1.\vec{I}_2)}{\left(\sqrt{\pi}\sigma_{SI}\right)^{3}}\int_{0}^{\infty}e^{\frac{x^{2}}{\sigma_{SI}^{2}}}x^{2}(1-\alpha'^{\frac{1}{2}}x)^{2}e^{-2\alpha' x^{2}}dx \qquad (۱۴)$$

با حل انتگرال قبلی داریم :

$$\Delta_{SI}^{(1)}=\frac{64\alpha'^{\frac{3}{2}}A_{SI}(\vec{S}_1.\vec{S}_2)(\vec{I}_1.\vec{I}_2)}{\left(7\sqrt{2\pi}-16\right)\left(\sqrt{\pi}\sigma_{SI}^{3}\right)}\left[\frac{\eta(2\sqrt{\pi}+7\sqrt{\pi}\alpha'\eta-8\sqrt{\alpha'}\sqrt{\frac{1+2\alpha'\eta}{\eta}}\eta)}{8\sqrt{\frac{1+2\eta}{\eta}}(1+4\alpha'\eta+4\alpha'^{2}\eta^{2})}\right] \qquad (۱۵)$$

$$\eta=\sigma_{SI}^{2}$$

با توجه به هم ارزی جرم و انرژی و با در نظر گرفتن مقادیر $\Delta_S^{(1)}$ و

$\Delta_{SI}^{(1)}$ و $\Delta_I^{(1)}$ جرم مزون را به صورت زیر می نویسیم:

$$M_{q\bar{q}}=M_q+M_{\bar{q}}+\varepsilon+\Delta_S^{(1)}+\Delta_I^{(1)}+\Delta_{SI}^{(1)} \qquad (۱۶)$$

که در آن $M_{q\bar{q}}$ جرم مزون و M_{q} و $M_{\bar{q}}$ جرم کوارک و پادکوارک و

ε انرژی مزون است.

باتوجه به روابط ۹،۱۲،۱۵،۱۶ جرم تصحیح شده مـزون هـای مختلـف در جدول (۱) آمده است.

جدول یک : محاسبه جرم مزونها

Mesons	Composition 1	Masses of Mesons (Mev)	Theoretical masses of mesons (Mev)
ϕ	$S\bar{S}$	1020	1017
ψ	$C\bar{C}$	3100	3058
ω	$U\bar{U}$	780	773
D°	$C\bar{U}$	2010	2018
F^{*}	$C\bar{S}$	2140	2131
K^{*}	$S\bar{U}$	890	875
K^{0}	$d\bar{S}$	498	488
ρ^{+}	$U\bar{d}$	779	763

۷–عامل شکل مزونها (form factor)

اگر الکترون به پروتون برخورد کند وانرژی آن کم باشد در این صورت پروتون را به صورت یک ذره نقطه ای مشاهده می کند.حال اگر انرژی الکترون زیاد باشددر این صورت الکترون آن را به صورت یک توده بار مشاهده مینماید.در این صورت این توزیع بار در پراکندگی آن بسیار موثر می باشد.اگر توزیع بار رابه صورت $\rho(r)$ شد در این صورت تبدیل فوریه توزیع بار را عامل شکل یا **form factor** گوییم.

$$F(q)=\int e^{iq.r}\rho(r)d^3r$$

در این صورت سطح مقطع پراکندگی را براساس این توزیع بار می توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point}\left|F(q)\right|^2$$

اگر توزیع بار تقارن کروی داشته باشد در این صورت برای q های کوچک داریم.

$$F(q)=\int\left(1+iq.r+\frac{(q.r)^2}{2}+\ldots\right)\rho(r)d^3r=1-\frac{1}{6}q^2\langle r^2\rangle+\ldots$$

که در آن $\langle r^2\rangle$ میانگین مربع شعاع باری می باشد.

بر اساس نمودار های فاینمن و توجیه چگالی جریانی این نمودارها میتوانیم دامنه پراکندگی مرتبه اول رابه صورت زیر بنویسیم.

$$T_{fi}=-i\int j_\mu\left(-\frac{1}{q^2}\right)J^\mu d^4x$$

که در آن J ها معرف چگالی جریان می باشد.

طبق تعریف داریم

$$j^{\mu} = -\bar{u}(k')\gamma^{\mu}u(k)$$

$$J^{\mu} = \bar{u}(p')[\quad]u(p)$$

چون پروتون دارای ساختار می باشد بنابراین نمی توان بجای کروشه بالا γ^{μ} قرار داد در این صورت باید از رابطه زیر استفاده کرد

$$[\quad] = \left[F_1(q^2)\gamma^{\mu} + \frac{k}{2M}F_2(q_2)i\sigma^{\mu\upsilon}q_{\upsilon} \right]$$

بنا بر مدل کوارکی از آنجا که مزون ها دارای ساختار داخلی می باشند می توانیم از روابط فوق برای آنها فرم فاکتور در نظر گرفته و با استفاده از این فرم فاکتورها مربع شعاع باری را محاسبه نمود.

در مورد مزونها نیز میتوان چگالی جریان را بصورت زیر در نظر گرفت:

$$j_q = F_1^{\alpha}(q^2)\frac{p+p'}{2m_\alpha} + (F_1^{\alpha}(q^2) + F_2^{\alpha}(q^2)) i\sigma_{ss'} * \frac{p'-p}{2m_\alpha}$$

میتوان عبارت مشابهی برای جریان پادکوارک در نظر گرفت در این صورت می توانیم با توجه به عبارت زیر فرم فاکتور مزون را بدست آورد.

$$F_M(q^2) = e_\alpha F_1^{\alpha}(-q^2) I^{\alpha}(q^2) + e_\beta F_1^{\beta}(-q^2) I^{\beta}(q^2)$$

$$I^{\rho}(q^2) = \int dp\, \psi^*(p + c_\rho q)\psi(p), \qquad \rho = \alpha, \beta$$

که در آن α, β معرف کوارک و پادکوارک می باشند نیز داریم:

$$c_\alpha = \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} \qquad , \qquad c_\beta = -\frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_\beta}$$

با توجه به فرم فاکتور فوق می توان شعاع باری را از رابطه زیر بدست آورد

$$\langle r^2 \rangle = 6 \frac{dF_M(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0}$$

۷- نتیجه گیری :

با توجه به محاسبات انجام شده ملاحظه می‌شودکه با در نظر گرفتن جملات مربوط به اسپین و ایزواسپین دقت اندازه گیری جرم مزون بیشتر می شود. همچنین با توجه به محاسبات انجام شده اثر جملهٔ اسپین ـ اسپین از سایر جملات بیشتر است. در ضمن با در نظر گرفتن پتانسیل های متناسب با و توان های بالاتر از آن ممکن است به نتایج دقیق تری دست یافت. همچنین در ضمن محاسبات مشاهده شد که این روش برای مزون های سنگین که از کوارک های یکسان تشکیل شده اند جواب های دقیق تری را ارائه می‌دهد

,

٨- مراجع

1. Flecks Bentz W, Shimizu K& Vozaki k, Nucl phys A, 510(1990) 731.
2. Znojil M.J Math phys, 31(1990).
3. Hushal R.S.Ann phys.206 (1991) 90.
4. Oezelik S& Simek M. phys M. phys Lett A. 152 (1991) 145.
5. Giannini, M.M., Santopinto, E., Vassalo, A. progress in particle and nuclear phys 50, (2003).

6.Rajabi. A.A, Iranian Journa of Science & Technology, Transaction A, Vol, 28. No.A2 (2004).

7.Giannini, M.M., Santopinto, Fabredelarepelle, M phys Lett B 205 (1988) 97.

8.E., Vassalo, A.: Eur Physics J.A.12.447-452(2001)

سپاس از حضور سبزتان