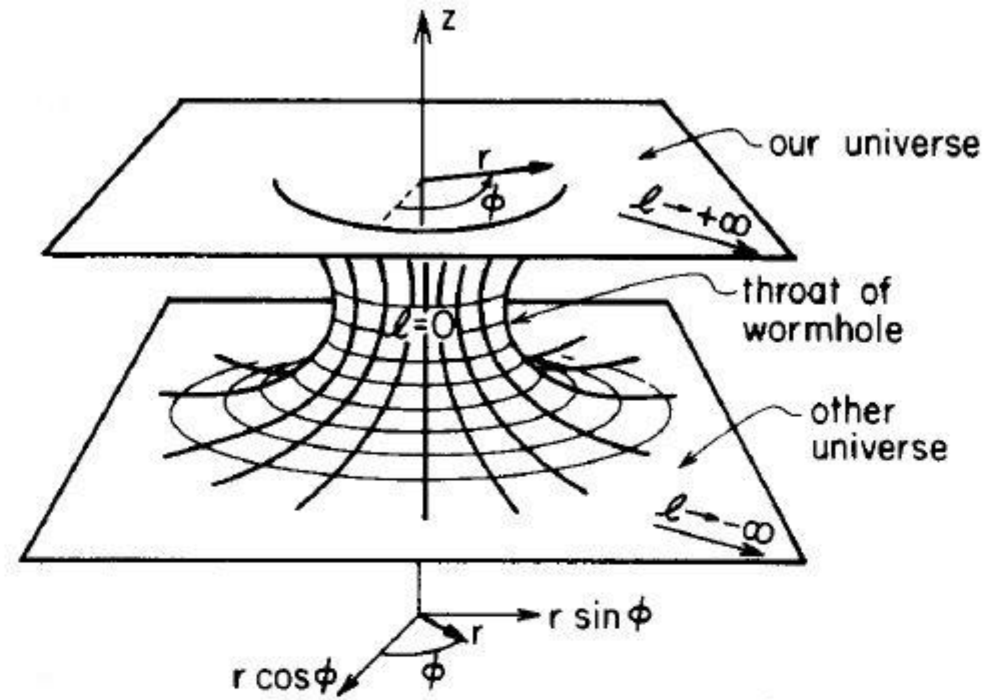
کرمچاله های لورنتزی عبورپذیر در جهان شامه ای لاولاک

مهدی کردزنگنه ، محمد حسین دهقانی
بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز

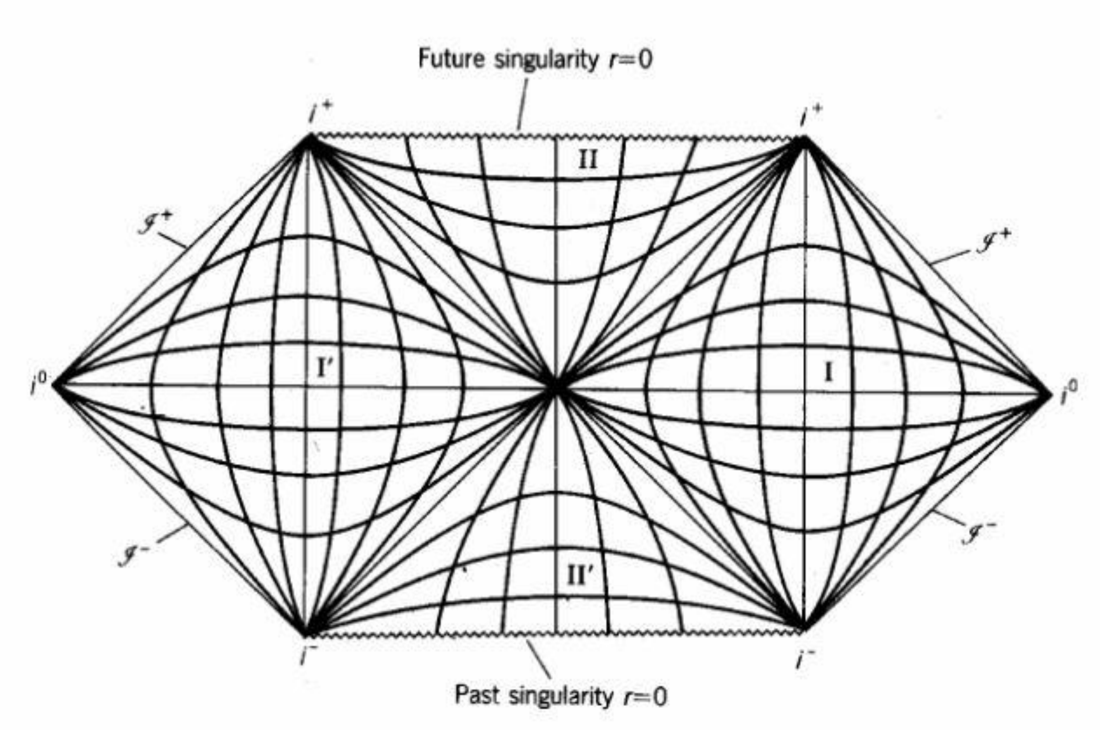
کرمچاله

- کرمچاله ها عبارتند از میانبرهای فرضی فضا زمانی که می توانند دو نقطه دور در یک جهان یا دو نقطه در دو جهان متفاوت را به هم متصل کنند.



کرمچاله

- اولین کار جدی درمورد کرمچاله ها در سال **۱۹۳۵** توسط اینشتین و روزن انجام شد که اکنون به عنوان «پل اینشتین روزن» شناخته می شود.



کرمچاله

- غیر قابل عبور بودن کرمچاله های شوارتزشیلدی باعث شد تا کار برروی آنها معنی دار نباشد.
- اما در سال ۱۹۸۸ موریس و تورن متریک کلی کرمچاله ای را که قابل عبور بود معرفی کردند و این امر باعث شد تا کار برروی کرمچاله ها وارد دوران جدیدی شود.
- اما مشکلی که کرمچاله های موریس و تورن با آن روبرو بودند این بود که تانسور انرژی تکانه این ساختار شرایط معمول انرژی مانند شرایط انرژی ضعیف را نقض می کند.

متریک کرمچاله ای موریس و تورن
چهاربعدی و استاتیک

$$-e^{\phi(r)}dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{b(r)}{r}} + r^2(d\theta^2 + \sin(\theta)^2 d\phi^2)$$

شرایط:

$$a(r) = \frac{b(r)}{r}$$

$$a(r_0) = 1,$$

$$a(r) \leq 1,$$

$$a'(r) < 0,$$

آیا ماده معمولی می تواند سازنده کرمچاله باشد

- همانطور که بیان شد نقض شرایط انرژی ضعیف یکی از مهمترین مشکلات ساختارهای کرمچاله ای بود که نشان می دهد ماده سازنده کرمچاله از نوع ماده معمولی نیست.
- همین موضوع باعث شد تا بررسی احتمال ساخته شدن کرمچاله با استفاده از ماده معمولی مورد توجه و بررسی دانشمندان قرار بگیرد.

جهان لاولاک

- اکتشاف جهان منبسط شونده با شتاب مثبت باعث شد تا دانشمندان به فکر تصحیح معادله اینشتین بیفتند.
- یکی از این تصحیحات استفاده از رابطه لاولاک است.
- در اینجا رابطه لاولاک مرتبه ۳ با حضور ثابت کیهانشناسی در نظر گرفته شده است.

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = G^{(1)}_{\mu\nu} + \alpha_2 G^{(2)}_{\mu\nu} + \alpha_3 G^{(3)}_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = k'^2 \mathcal{T}_{\mu\nu}$$

متریک فضای N بعدی

- متریک فضای n بعدی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$ds^2 = g_{ab}dx^a dx^b + r_0^2 \gamma_{ij} d\theta^i d\theta^j$$

- γ_{ij} متریک فضایی با انحنای ثابت

$$(n-4)(n-5)k$$

است که در آن $k = 0, \pm 1$

محاسبه تابع شکل با پذیرش سناریوی جهان شامه ای

- با توجه به اینکه در سناریوی جهان شامه ای می پذیریم که ذرات مدل استاندارد در جهان چهار بعدی محبوس هستند و تنها گرانش می تواند به ابعاد بالاتر انتشار یابد، ثابت های موجود در تانسور اینشتین تعمیم یافته را به صورتی بدست می آوریم که این تانسور که با تانسور انرژی تکانه متناسب است در ابعاد بالاتر از ۴ صفرشود.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{G}^{i}{}_{j} = -\frac{1}{2}\Bigg\{ & \frac{(n-5)(n-6)k}{r_0^2}\Bigg[1+\frac{k\alpha_2(n-7)(n-8)}{r_0^2}+\frac{\alpha_3(n-7)(n-8)(n-9)(n-10)}{r_0^4} \\
& -\frac{2\Lambda r_0^2}{(n-5)(n-6)k}\Bigg] \\
& +\left[1+\frac{2k\alpha_2(n-5)(n-6)}{r_0^2}+\frac{3k^2\alpha_3(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{r_0^4}\right]\hat{R} \\
& +\left[\alpha_2+\frac{3k\alpha_3(n-5)(n-6)}{r_0^2}\right]\hat{L}_2\Bigg\}\delta^{i}{}_{j}
\end{aligned}
$$

محاسبه تابع شکل با پذیرش سناریوی جهان شامه ای

- ثابت ها به صورت زیر به دست می آیند که با استفاده از آنها معادله حاکم بر جهان چهاربعدی به دست می آید که در قالب آن با ثابت در نظر گرفتن تابع ردشیفت واستفاده از معادله حالت $\rho = \frac{1}{\omega}\frac{P_r + \gamma P_t}{1+\gamma}$ می توان تابع شکل را به دست آورد.

$$\phi(r) = \phi$$

$$\alpha_2 = \frac{-{r_0}^2}{k}\frac{1}{2(n-5)(n-6)-(n-7)(n-8)}$$

$$\alpha_3 = \frac{{r_0}^4}{k^2}\frac{1}{(n-5)(n-6)[6(n-5)(n-6)-3(n-7)(n-8)]}$$

$$\Lambda = \frac{k}{2{r_0}^2}\left[\frac{6(n-5)(n-6)[(n-5)(n-6)-(n-7)(n-8)]}{6(n-5)(n-6)-3(n-7)(n-8)} + \frac{(n-7)(n-8)(n-9)(n-10)}{6(n-5)(n-6)-3(n-7)(n-8)}\right]$$

محاسبه تابع شکل و مولفه های تانسور انرژی تکانه

- با قرار دادن از ثابت ها و استفاده از معادله حالت می توان تابع شکل و به تبع آن مولفه های تانسور انرژی تکانه را بدست آورد.

$$b(r)=\left[-\frac{a_0^2(\omega+1)(2n-13)k}{r_0^2(3\omega+1)}+1\right]\frac{a_0^{1+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}{r^{\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}+\frac{(\omega+1)(2n-13)kr^3}{r_0^2(3\omega+1)}$$

$$\rho=\frac{1}{A_n(2(1+\gamma)\omega+\gamma)}\left[\frac{a_0^2(\omega+1)(\gamma-2)(2n-13)k}{r_0^2(3\omega+1)}+1\right]\frac{8a_0^{1+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}{r^{3+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}+\frac{16(\omega+1)(2n-13)k}{A_n r_0^2(3\omega+1)}$$

$$\rho+P_r=\frac{16}{A_n}\left\{\left[\frac{((1+\gamma)\omega+1)\left[(-\frac{a_0^2}{r_0^2}(2n-13)k+3)\omega-\frac{a_0^2}{r_0^2}(2n-13)k+1\right]}{(2(1+\gamma)\omega+\gamma)(3\omega+1)}\right]\frac{a_0^{1+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}{r^{3+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}-\frac{(\omega+1)(2n-13)k}{r_0^2(3\omega+1)}\right\}$$

$$\rho+P_t=\frac{1}{A_n}\left\{\left[\frac{8((1+\gamma)\omega+\gamma-1)\left[(\frac{a_0^2}{r_0^2}(2n-13)k-3)\omega+\frac{a_0^2}{r_0^2}(2n-13)k-1\right]}{(2(1+\gamma)\omega+\gamma)(3\omega+1)}\right]\frac{a_0^{1+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}{r^{3+\frac{2-\gamma}{2(1+\gamma)\omega+\gamma}}}-\frac{16(\omega+1)(2n-13)k}{r_0^2(3\omega+1)}\right\}$$

شرایط انرژی ضعیف

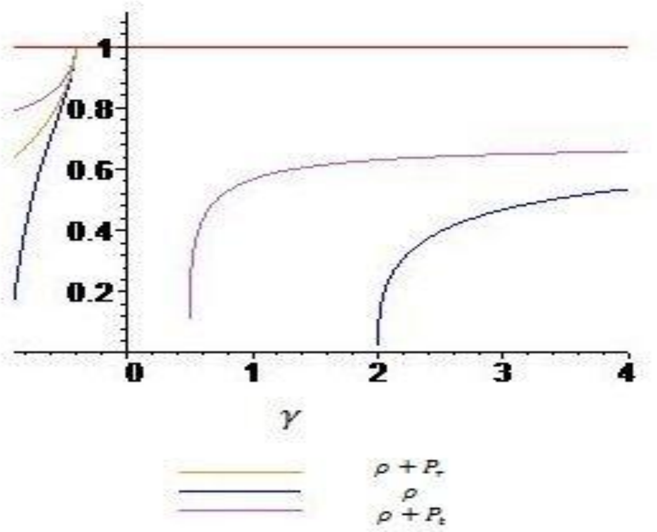
- جانمایه اصلی این شرایط مثبت بودن مولفه های فشار و چگالی سیستم است هرچند دانشمندانی مانند ویسر عقیده دارند دلیلی بر اینکه یک سیستم فیزیکی باید حتما دارای چگالی و فشار مثبت باشد نداریم و حتی در پدیده هایی مانند اثر کازیمیر این دیدگاه نقض می شود.
- برای تانسور انرژی تکانه قطری این شرایط به صورت زیر در می آیند:

$$\rho \geq 0$$

$$\rho + P_r \geq 0$$
$$\rho + P_t \geq 0$$

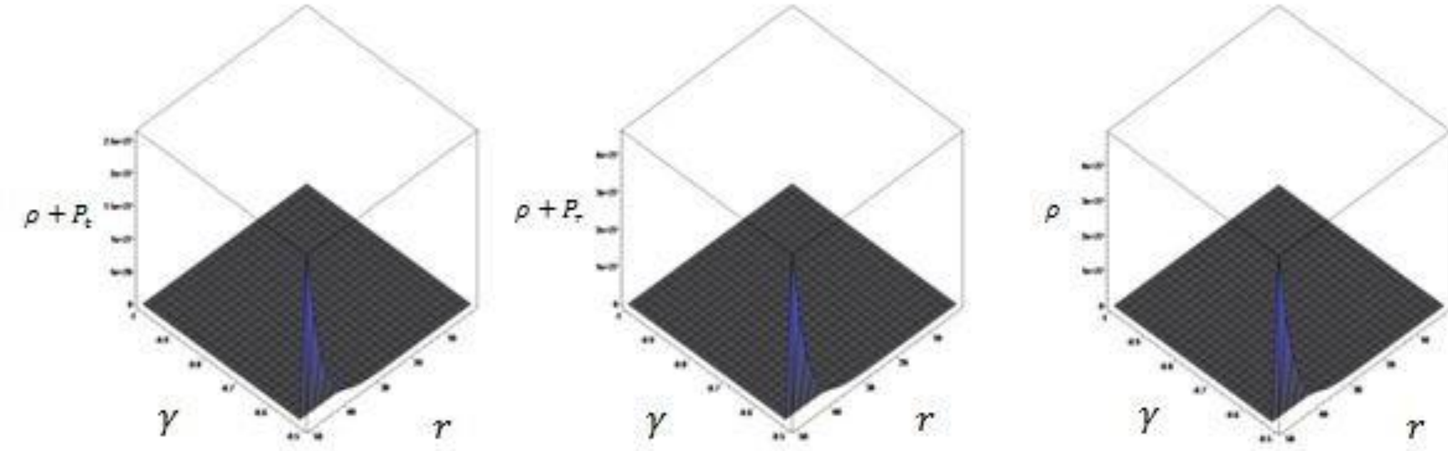
به دست آوردن شرایطی که ماده معمولی بتواند سازنده کرمچاله باشد

- با توجه به اینکه پارامترهای زیادی $k, \omega, n, \gamma, r_0, a_0$ در روابط دخیل هستند به دنبال این هستیم که با مقدار دهی به پارامترها به گونه ای که مقادیر آنها با آنچه در واقعیت باید باشند نزدیک و قابل توجیه باشد به حالتهایی دست یابیم که شرایط انرژی ارضا شده و ماده معمولی سازنده کرمچاله باشد.



$k = 1, n = 8, r_0 = 0.001, a_0 = 1, \omega = \frac{1}{3}$

به دست آوردن شرایطی که ماده معمولی بتواند سازنده کرمچاله باشد



$$k = 1, n = 8, r_0 = 0.001, a_0 = 1, \omega = \frac{1}{3}$$

خلاصه مطلب

- در این مقاله گروهی از کرمچاله های لورنتزی عبورپذیر در قالب تئوری گرانش لاولاک باحضور ثابت کیهان شناسی و با پذیرش سناریوی جهان شامه ای مورد بررسی قرار گرفتند.
- با در نظر گرفتن معادله حالت $\rho = \frac{1}{\omega}\frac{P_r + \gamma P_t}{1+\gamma}$ تابع شکل به دست آمد و با استفاده از آن مولفه های تانسور انرژی تکانه به عنوان تابع $k, \omega, n, \gamma, r_0, a_0$ بدست آمدند.
- با توجه به اینکه انتظار می رود برای ماده معمولی $0 < \omega < 1$ باشد، با انتخاب $\omega = \frac{1}{3}$ (فوتون) به ازای حالت خاص $k = 1, n = 8, r_0 = 0.001, a_0 = 1$ نشان داده شد که می توان محدوده ای از γ یافت که درآن شرایط انرژی همواره برقرار باشد.
- این نشان می دهد که همواره می توان شرایطی را یافت که تحت آن ماده معمولی بتواند سازنده کرمچاله باشد و در نتیجه مشکلی که کرمچاله های عبورپذیر موریس وتورن داشتند برطرف گردد.

باتشکر از توجه شما