

## مقایسه درهم‌تنیدگی اتم دو ترازوی با میدان تابشی کاواک فوق‌اهمی در دو رژیم

### مارکوفی و غیرمارکوفی

مهدی احمدی برجی ، علی مرتضی پور

گروه فیزیک دانشگاه گیلان

#### چکیده

در این مقاله به بررسی درهم‌تنیدگی یک اتم دو ترازوی با میدان تابش کاواک در دو رژیم مارکوفی و غیرمارکوفی می‌پردازیم. در رژیم مارکوفی ملاحظه می‌شود درهم‌تنیدگی اتم-میدان به وجود آمده بعد از گذشت مدت زمانی کوتاه از بین می‌رود. اما در رژیم غیر مارکوفی درهم‌تنیدگی پایدار باقی می‌ماند.

#### مقدمه

یکی از مشخصه‌های شگفت‌انگیز مکانیک کوانتومی درهم‌تنیدگی است. این مفهوم که برای اولین بار در سال ۱۹۳۵ مطرح گردید [۱]، همبستگی‌های غیرموضعی بین سیستم‌های کوانتومی را توصیف می‌کند و هیچ همتای کلاسیکی ندارد. درهم‌تنیدگی کوانتومی به عنوان یک منبع بسیار مهم برای محاسبات کوانتومی، پردازش اطلاعات کوانتومی و کدگذاری کوانتومی به شمار می‌رود [۲]. از این رو تولید و حفظ حالت‌های هم‌تنیده از اهمیت زیادی برخوردار است. به طور کلی هر سیستم کوانتومی واقعی به ناچار با محیط اطرافش برهمکنش می‌کند. در بسیاری از مواقع این نوع برهمکنش، موجب از بین رفتن همبستگی‌های کوانتومی (واهمدوسی) و در نتیجه اضمحلال درهم‌تنیدگی می‌شود. از نقطه نظر اطلاعات و انرژی، واهمدوسی بدان معنی است که اطلاعات و یا انرژی از سیستم کوانتومی به محیط اطرافش به طور برگشت ناپذیری شارش پیدا می‌کند. به طور کلی تقریب مورد استفاده برای بررسی تحول برهمکنش یک سیستم با محیط اطرافش تقریب بورن-مارکوف است. این تقریب تا هنگامی معتبر است که زمان هم‌دوسی محیطی در مقایسه اندازه زمان‌های نوعی سیستم کوچک باشد (تقریب مارکوفی) و همچنین جفتیدگی سیستم با محیط اطرافش ضعیف باشد (تقریب بورن). بر اساس تقریب مارکوفی می‌توان از اثر حافظه محیط چشم‌پوشی نمود. اما اگر محیط اطراف سیستم کوانتومی دارای ساختار خاصی باشد، به طور مثال وقتی اتم در داخل کاواک و یا در کریستال فوتونی قرار گیرد، نمی‌توان از اثر حافظه محیط چشم‌پوشی کرد. در چنین شرایطی تقریب مارکوفی قابل اعمال نیست و اثر غیر مارکوفی بسیار با اهمیت می‌شود. از نقطه نظر اطلاعات و انرژی، اثر غیرمارکوفی بدان معنی است که اطلاعات یا انرژی از محیط به سیستم کوانتومی دوباره باز می‌گردد [۳]. در این مقاله قصد داریم به بررسی رفتار درهم‌تنیدگی اتم با میدان تابشی کاواک فوق‌اهمی در دو رژیم مارکوفی و غیرمارکوفی بپردازیم و سپس آنها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

#### مدل و حل مسئله

یک اتم دو ترازوی را در نظر می‌گیریم که با میدان تابشی خلا کاواک فرا‌اهمی [۵] برهمکنش می‌کند. هامیلتونی

چنین سیستمی به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$H = \omega_0 \sigma_+ \sigma_- + \sum_k \omega_k a_k^\dagger a_k + \sum_k (g_k \sigma_+ a_k + h.c.), \quad (1)$$

$\omega_0$  فرکانس گذار و  $\sigma_{\pm}$  عملگرهای بالابرنده و پایین برنده اتم هستند.  $a_k$  و  $a_k^+$  عملگرهای خلق و فناى مد  $k$  ام فرکانس  $\omega_k$  میدان تابشی کاواک هستند.  $g_k$  نیز شدت جفتیدگی اتم با میدان تابشی کاواک را توصیف می‌کند. در سرتاسر این مقاله برای ساده تر شدن محاسبات ثابت دیراک را واحد فرض می‌کنیم ( $\hbar=1$ ).

فرض می‌کنیم اتم در مبدا زمان در یک برهم‌نهی همدوس از ترازهای خود قرار داشته باشد؛  $|\Psi_A(0)\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$  بطوریکه  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . از این رو بردار حالت کل سیستم در لحظه  $t$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|\Psi_{AF}(t)\rangle = \alpha C_0(t)|+,0\rangle + \beta|-,0\rangle + \sum_k C_k(t)|-,1_k\rangle \quad (2)$$

که در آن  $|+,0\rangle$  و  $|-,0\rangle$  حالتی را توصیف می‌کند که اتم در تراز برانگیخته (پایه) قرار دارد و مدهای تابشی کاواک همگی در حالت خلا باشند. همچنین  $|-,1_k\rangle$  حالتی را توصیف می‌کند که اتم در حالت پایه و مد  $k$  ام میدان تابشی کاواک دارای یک فوتون باشد. با جایگذاری معادله (۲) در معادله شرودینگر به رابطه زیر برای  $C_0(t)$  می‌رسیم:

$$\dot{C}_0(t) + i\omega_0 C_0(t) = -\int_0^t f(t-\tau) C_0(\tau) d\tau \quad (3)$$

در عبارت بالا  $f(t-\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} |g_k|^2 e^{-i\omega_k(t-\tau)}$  تابع هسته نام دارد که اثر حافظه سیستم را در خود جای داده است. با فرض اینکه مدهای میدان تابشی کاواک بسیار نزدیک به هم باشند، می‌توان این مدها را پیوسته در نظر گرفت. از این رو  $f(t-\tau)$  به شکل زیر تغییر زیر می‌یابد:

$$f(t-\tau) = \int_0^{\infty} J(\omega) e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega \quad (5)$$

در عبارت بالا  $J(\omega)$  چگالی طیفی کاواک را نشان می‌دهد. این کمیت شدت جفتیدگی اتم با میدان تابشی کاواک را نیز توصیف می‌کند. در یک کاواک فوق اهمی  $J(\omega)$  به صورت  $J(\omega) = \eta\omega^3 e^{-\frac{\omega}{\omega_c}}$  تعریف می‌شود. در این رابطه  $\omega_c$  فرکانس قطع کاواک است. شایان ذکر است که در تقریب مارکوفی ابتدا عبارت  $C_0(\tau) \approx C_0'(\tau) e^{-i\omega_0\tau}$  را در معادله (۴) جایگذاری می‌کنیم که در نتیجه این عمل داریم:

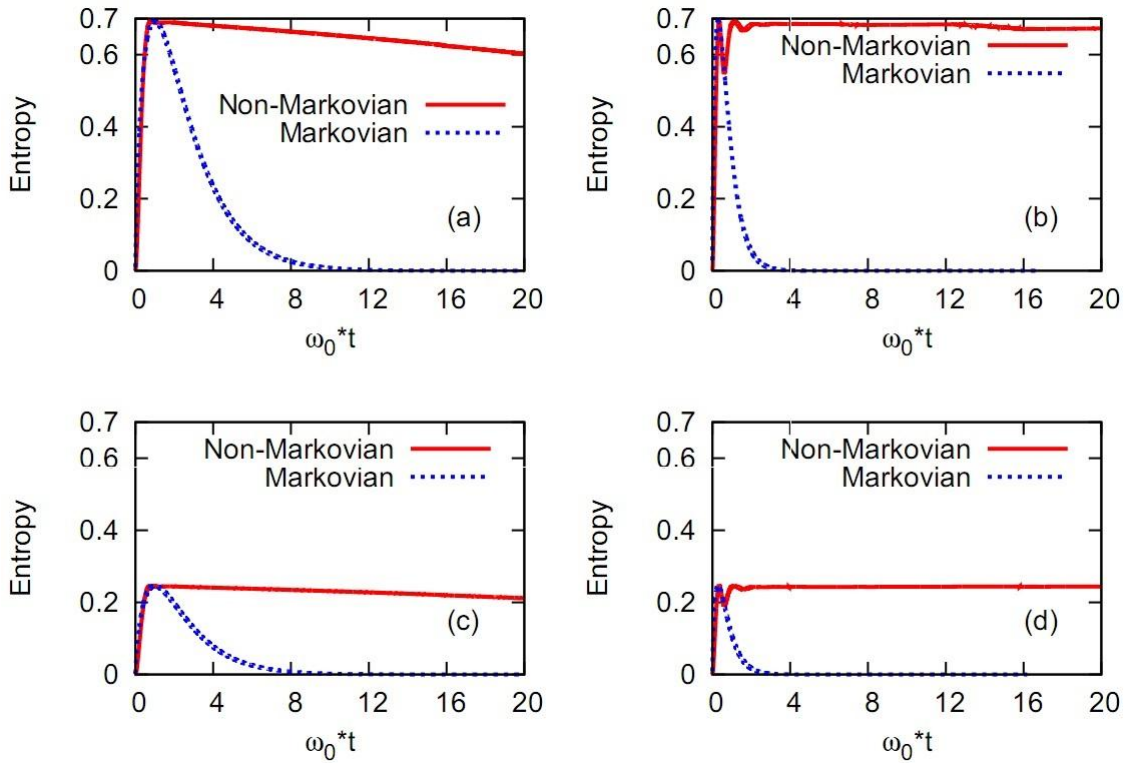
$$\dot{C}_0'(t) + \int_0^{\infty} d\omega J(\omega) \int_0^t f(t-\tau) C_0'(\tau) d\tau = 0 \quad (6)$$

سپس در معادله بالا  $C_0'(t) = C_0'(t)$  را در نظر می‌گیریم و بدین طریق از اثر حافظه سیستم چشم پوشی می‌شود. با توجه به معادله (۲) ماتریس چگالی کل سیستم در لحظه  $t$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\rho_{AF}(t) = |\Psi_{AF}(t)\rangle \langle \Psi_{AF}(t)| = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 |C_0(t)|^2 & \alpha\beta^* C_0(t) \\ \alpha^* \beta C_0^*(t) & 1 - |\alpha|^2 |C_0(t)|^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

## بحث و بررسی

آنتروپی فن نویمان (آنتروپی کاهش یافته کوانتومی) که از روی عناصر ماتریس چگالی یک سیستم کوانتومی تعریف می‌شود، می‌تواند تحت شرایط خاصی به عنوان یک سنجه درهمتنیدگی به کار رود [۵، ۶]. قصد داریم تا با محاسبه آنتروپی کاهش یافته اتمی به بحث و بررسی درهمتنیدگی اتم با میدان تابش کاواک در دو رژیم مارکوفی و غیر مارکوفی می‌پردازیم. در شکل ۱ مشاهده می‌شود که در هر دو رژیم، همزمان با شروع برهمکنش اتم و میدان تابش کاواک، بین این دو جزء درهمتنیدگی ایجاد می‌شود. با دقت در این شکل درمی‌یابیم که در رژیم مارکوفی درهمتنیدگی اتم-میدان که به دلیل برهمکنش ایجاد شده است، پس از گذشت مدت زمان کوتاه از بین می‌رود. البته این با کاهش پارامتر  $\eta$  سرعت زوال درهمتنیدگی نیز کاهش می‌یابد. اما در رژیم غیرمارکوفی درهمتنیدگی به وجود آمده پایدار می‌ماند. همچنین ملاحظه می‌شود هنگامی که جفتیدگی اتم-میدان تابشی بزرگ است ( $\eta=1$ ) و اتم در حالت اولیه در تراز برانگیخته خود قرار داده شده باشد، درهمتنیدگی به بیشینه مقدار خود می‌رسد.



شکل ۱: تحول زمانی سنجه درهمتنیدگی اتم-میدان تابش کاواک در دو رژیم مارکوفی (خط پر قرمز رنگ) و غیر مارکوفی (نقطه چین آبی رنگ). دیگر پارامترها عبارتند از:  $\omega_c/\omega_0 = 1$  (a) و (b)،  $\eta = 0.3$  (c) و (d)،  $\alpha = 1, \beta = 0$  (b) و (a)،  $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (d) و (c).

### نتیجه گیری

در این مقاله ملاحظه نمودیم که درهمتنیدگی اتم-میدان تابش کاواک در دو رژیم مارکوفی و غیر مارکوفی رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد.

### مرجع‌ها

1. A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, **47**, Phys. Rev. (1935) 777.
2. M. A. Nielsen and I. L. Chuang, “*Quantum Computation and Quantum Information*” (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2000).
3. H.-P. Breuer and F. Petruccione, “*The Theory of Open Quantum Systems*” (Oxford University Press, Oxford, 2002).
4. S. J. D Phoenix and P.L. Knight, **44**, Phys. Rev. A. (1991) 6023.
5. A. Morteza pour, M. Abedi, M. Mahmoudi, and M. R. H. Khajepour, **44**, J. Phys. B. (2011) 085501.