

## مقایسه دیسکورد کوانتمی و درهمتنیدگی کوانتمی در نقطه کوانتمی

حمیده افتخاری<sup>۱</sup>، اسفندیار فیضی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه شهید مدنی اذربایجان

### چکیده

در این مقاله، درهمتنیدگی کوانتمی و دیسکورد کوانتمی در نقطه کوانتمی را بررسی می‌کنیم. در ابتدا، اثر پارامترهای مختلف از جمله میدان مغناطیسی و دما روی همبستگی کوانتمی را در نظر می‌گیریم. سپس، با مقایسه همبستگی‌های کوانتمی نسبت به دما نشان داده شده است که پدیده مرگ ناگهانی در درهمتنیدگی کوانتمی رخ می‌دهد اما دیسکورد کوانتمی به طور مجانبی کاهش می‌یابد.

دیسکورد کوانتمی (QD) [۱]، یک نوعی از همبستگی کوانتمی است که به عنوان اختلاف بین اطلاعات متقابل کوانتمی و همبستگی کلاسیکی تعریف شده است. در حالت کلی، این همبستگی با درهمتنیدگی تفاوت دارد و حتی ممکن است برای حالت‌های جدا پذیر غیر صفر باشد. حتی در حالت ساده سیستم های کوانتمی دو جزئی، این نوع خاص همبستگی کوانتمی کاربرد های مهمی در فرایند اطلاعات کوانتمی دارد. هدف ما مطالعه درهمتنیدگی کوانتمی و دیسکورد کوانتمی در نقطه کوانتمی قائم با میدان مغناطیسی است.

برای سیستم کوانتمی دو جزئی، اطلاعات متقابل کوانتمی بین دو زیر سیستم A و B به صورت زیر است [۲]:

$$I(\rho_{AB}) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) \quad (1)$$

که در آن  $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$  آنروپی فان-نویمان است. اطلاعات متقابل کوانتمی شامل همبستگی کلاسیکی و کوانتمی است [۲].

$$I(\rho_{AB}) = J(\rho_{AB}) + Q(\rho_{AB}) \quad (2)$$

قسمت کوانتمی دیسکورد کوانتمی نامیده می‌شود. برای مطالعه رابطه بین دیسکورد کوانتمی و درهمتنیدگی، ما دیسکورد کوانتمی را با تلاقی کوانتمی (concurrence) [۳] که به صورت زیر بیان می‌شود مقایسه کنیم.

$$C(\rho_{AB}) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}) \quad (3)$$

$\lambda_i$  ها ویژه مقادیر ماتریس زیر می باشد

$$\rho = \rho_{AB}(\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B) \rho_{AB}^* (\sigma_y^A \otimes \sigma_y^B) \quad (4)$$

$\rho_{AB}^*$  همیوگ مختلط  $\rho_{AB}$  و  $\sigma_y^{A(B)}$  ماتریس پائولی است.

اکنون QD و درهمتنیدگی کوانتمی در نقطه کوانتمی قائم را بررسی می‌کنیم. همچنین اثر میدان مغناطیسی و دما روی همبستگی های کوانتمی را نیز نشان می‌دهیم. هامیلتونی کاهیده شده نقطه کوانتمی به صورت زیر است [۴]:

$$\hat{H} = \frac{k_0}{4} \hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2 - \gamma B_0 \hat{S}^3 \quad (5)$$

که  $\gamma$  نسبت ژیرومغناطیسی،  $k_0 = \delta - 2E_s \gamma_0$  و  $B_0$  میدان مغناطیسی است. در پایه های استاندارد

$\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  ماتریس چگالی سیستم به صورت زیر است [۴]:

$$\rho(T) = \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w & y & 0 \\ 0 & y & w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v \end{pmatrix} \quad (6)$$

که عناصر غیر صفر ماتریس در زیر آورده شده است

$$u = \exp\left(-\frac{k_0 - 16\gamma B_0}{16T}\right), \quad (7)$$

$$v = \exp\left(-\frac{k_0 + 16\gamma B_0}{16T}\right),$$

$$w = \frac{1}{2} \left[ \exp\left(\frac{-k_0}{16T}\right) + \exp\left(\frac{3k_0}{16T}\right) \right]$$

$$y = \frac{1}{2} \left[ \exp\left(\frac{-k_0}{16T}\right) - \exp\left(\frac{3k_0}{16T}\right) \right]$$

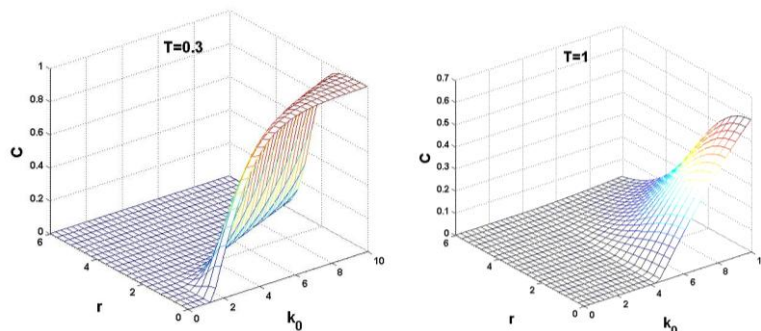
و  $Z = u + 2w + v$  در اینجا  $\gamma$  و  $B_0$  همیشه به شکل  $\gamma B_0$  ظاهر می شود و ما آن را  $\gamma B_0 = r$  در نظر می گیریم. با استفاده از رابطه ی (۳) و (۶) concurrence سیستم به راحتی قابل محاسبه است و صورت زیر در می آید:

$$C = \max\left\{\frac{\exp(3k_0/16T) - 3\exp(-k_0/16T)}{Z}, 0\right\} \quad (8)$$

در شکل ۱ concurrence نقطه کوانتمی بر حسب کمیت های بدون بعد  $k_0$  و  $r$  در دماهای  $T=1$  و  $T=0.3$  رسم شده است. به طور آشکار مشاهده می شود که با افزایش دما در هم تنیدگی کاهش می یابد. در واقع ناحیه در هم تنیدگی در  $r$  های کوچک و  $k_0$  های بزرگ واقع شده است. واضح است که  $r$  می تواند باعث کم کردن در هم تنیدگی و  $k_0$  باعث افزایش آن می شود. بعلاوه، بیشینه concurrence نقطه کوانتمی در  $T=1$  کوچک تر از  $T=0.3$  است. شکل ۲ برای نشان دادن بهتر رابطه بین concurrence و دما برای ۴ حالت مختلف  $r$  و  $k_0$  ثابت رسم شده است. شکل نشان می دهد وقتی  $r \leq \frac{1}{4}k_0$  ( $r=1$  و  $k_0=4,5,10$ ) است  $C$  به طور یکنواخت کاهش پیدا می کند و سرانجام به  $C=0$  می رسد. اما وقتی  $r \geq \frac{1}{4}k_0$  است منحنی ابتدا از صفر افزایش می یابد پس از رسیدن به مقدار بیشینه خود کاهش می یابد و به صفر می رسد. بعلاوه مقدار دمای بحرانی  $T_c$  که منجر به حذف در هم تنیدگی می شود با قرار دادن  $C=0$  محاسبه می شود و به صورت زیر در می آید

$$T_c = \frac{k_0}{4 \ln 3} \quad (9)$$

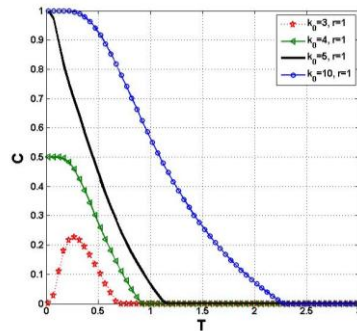
این رابطه نشان می دهد  $T_c$  و  $k_0$  وابستگی خطی و به طور یکنواخت افزایش یافته دارند.



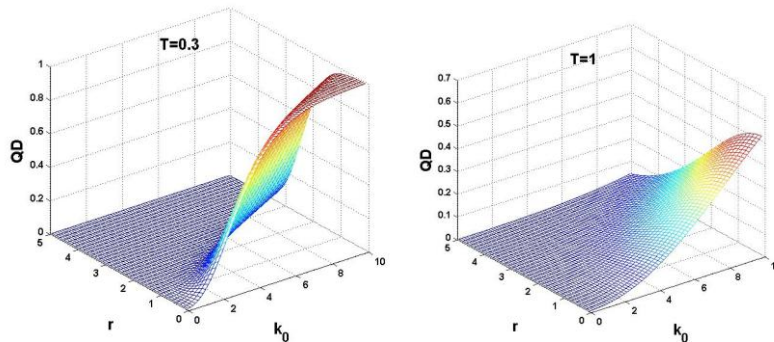
شکل ۱: تلافی کوانتمی نقطه کوانتمی نسبت به  $k_0$  و  $r$  در دماهای مختلف

شکل ۳ نمودار دیسکورد کوانتمی نقطه کوانتمی نسبت به  $k_0$  و  $r$  در دو دمای مختلف را نشان می دهد. مشاهده می شود رفتار دیسکورد کوانتمی با concurrence تفاوت چندانی ندارد بجز اینکه با افزایش  $k_0$  دیسکورد کوانتمی به طور مجانبی افزایش می یابد اما در مورد concurrence این افزایش به طور ناگهانی صورت می گیرد. شکل ۴ تغییرات دیسکورد کوانتمی نسبت به دما در  $k_0$  های مختلف را نشان می دهد. رفتار کلی این شکل مانند تغییرات

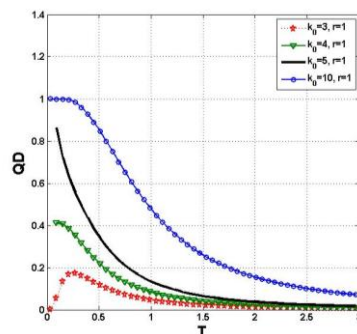
concurrency نسبت به دما است، جز اینکه در مورد concurrence پدیده مرگ ناگهانی مشاهده می شود اما دیسکورد کوانتمی به طور مجانبی کاهش می یابد.



شکل ۲: تلاقی کوانتمی نسبت به دما (T) برای k های مختلف و r=1



شکل ۳: دیسکورد کوانتمی نقطه کوانتمی نسبت به k و r در دماهای مختلف



شکل ۴: دیسکورد کوانتمی نسبت به دما (T) برای k های مختلف و r=1

## نتیجه گیری

به طور خلاصه، درهمنیدگی کوانتمی در نقطه کوانتمی را مطالعه کردیم و تاثیر پارامترهای مختلف از جمله  $k_0$ ،  $r$  و  $T$  را روی آن بررسی کردیم. نتایج نشان داد که افزایش  $k_0$  باعث افزایش همبستگی کوانتمی می شود، اما افزایش دما و میدان مغناطیسی باعث کم شدن آن می شود. سپس با مقایسه درهمنیدگی کوانتمی با دیسکورد کوانتمی مشاهده شد رفتار کلی این دو سنجه همبستگی کوانتمی در نقطه کوانتمی مشابه است. اما در مورد درهمنیدگی کوانتمی نسبت به دما پدیده مرگ ناگهانی مشاهده می شود ولی در دیسکورد کوانتمی این پدیده رخ نمی دهد و کاهش آن به طور مجانبی است.

## مرجع ها

۱. H. Ollivier and W. H. Zurek, *Phys. Rev. Lett.* ۸۸, ۰۱۷۹۰۱ (۲۰۰۱)
۲. L. Henderson, V. Vedral, *J. Phys. A* ۳۴, ۶۸۹۹ (۲۰۰۱)
۳. W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* ۸۰, ۲۲۴۵ (۱۹۹۸)
۴. L. Guo Qin, L. Jun Tian, G. Hong Yang, *Int. J. of Theor. Phys.* ۵۲, ۴۳۱۳-۴۳۲۲ (۲۰۱۳)