جایگزیده کردن میدان اسکالری و پیمانه ای بر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته

معصومه موذن سرخی

دانشگاه مازندران

چکیده

در این مقاله به بررسی جایگزیده کردن میدان های اسکالری و پیمانه ای بر روی شامه ای می پردازیم که توسط یک میدان اسکالری حقیقی که دارای جمله انرژی جنبشی غیر استاندارد می باشد، ساخته شده است. ما نشان خواهیم داد که میدان اسکالری با اسپین صفر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته جایگزیده می شود در حالیکه میدان پیمانه ای جایگزیده نمی گردد. همچنین با استفاده از تابعی یک میدان اسکالری در کنش، میدان پیمانه ای جایگزیده بر روی شامه را به دست می آوریم.

مکانیزم جایگزیده کردن میدان ها بر روی شامه، موضوعات جالب و قابل توجهی هستند، از این رو که آنها در مورد ساختار شامه ها نتایج جالبی را می دهند. اخیرا نویسندگان مرجع [1] مدل جهان شامه ای را با یک میدان اسکالری که دارای دینامیک تعمیم یافته است، اصلاح کردند. کنش این میدان اسکالری پنج بعدی φ در مدل جهان شامه ای با جمله ی انرژی جنبشی غیر استاندارد با رابطه ی زیر داده می شود[1]

$$S = \int d^5x\sqrt{|g|}\left(-\frac{1}{4}R + \mathcal{L}(\varphi, X)\right) \qquad (1)$$

که R انحنای اسکالری پنج بعدی و $g \equiv \det\,(g_{MN})$ است. چگالی لاگرانژین $\mathcal{L}(\varphi, X) = K(X) - V(\varphi)$ که $K(X)$ جمله ی انرژی جنبشی غیر استاندارد و $V(\varphi)$ جمله ی انرژی پتانسیل میدان اسکالری است. متریک تابدار فضای پنج بعدی را به فرم $ds^2 = e^{2A(y)}g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2$ در نظر می گیریم که در آن M,N=0,1,2,3,4 و نمادگزاری انحنای شامه چهاربعدی $g_{\mu\nu} = (+ - - -)$ و $\mu, \nu = 0,1,2,3$ می باشد. جمله ی انرژی جنبشی غیر استاندارد را مطابق با مرجع [2] به فرم $K(X) = X + \alpha|X|X$ انتخاب می نماییم که در آن α پارامتر حقیقی و غیر منفی است که میزان انحراف از حالت استاندارد را نشان می دهد و $X = -\frac{\dot{\varphi}^2}{2}$ که نقطه به معنای مشتق گیری نسبت به مختصه y می باشد. بعد از حل معادلات حرکت به دست امده از کنش فوق، نتایج زیر را خواهیم داشت[1]

$$A(y) = b\ln(\mathrm{sech}(cy)) + \frac{3}{4}\alpha b^2c^2\tanh^2(cy) \qquad (2)$$

$$\varphi(y) = \sqrt{\frac{3b}{2}}\arcsin\,(\tanh(cy) - \frac{3\sqrt{6}}{4}\alpha b^{\frac{3}{2}}c^2\tanh(cy)\,\mathrm{sech}\,(cy) \qquad (3)$$

که c ضخامت شامه و bc انحنای انتی دسیته است.حال به مکانیزم جایگزیده کردن میدان اسکالری اسپین صفر روی شامه می پردازیم. یک میدان اسکالری بدون جرم $\Phi(x, y)$ را بر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته در نظر می گیریم که از طریق کنش زیر با گرانش جفت می گردد

$$S_0 = \int d^5x\sqrt{g}g^{MN}\partial_M\Phi\partial_N\Phi \qquad (4)$$

و می توانیم معادله ی حرکت زیر را ازکنش فوق برای بخش وابسته به y میدان اسکالری $\Phi(x, y)$ به دست آوریم

$$4\dot{A}\frac{\partial\chi}{\partial y} + \frac{\partial^2\chi}{\partial^2 y} + e^{-2A(y)}m^2\chi = 0 \qquad (5)$$

که در آن از جداسازی $\Phi(x,y) = \phi(x)\chi(y)$ و $g^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\phi = -m^2\phi$ استفاده نمودیم. به ازای $m^2 = 0$ پاسخ مد صفر میدان اسکالری از معادله ی قبلی به دست می آید که فرم $\chi(y) = \chi_0$ را دارد و χ_0 یک مقدار ثابت است. اگر χ_0 بهنجار پذیر باشد یعنی مدصفر جایگزیده است. اکنون به بررسی شرط بهنجار پذیری می پردازیم که از قرار دادن مد صفر در کنش (4) به انتگرال زیر برای بخش وابسته به بعد اضافی y منجر می گردد

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} sech^{2b}(cy)e^{\frac{3}{2}\alpha b^2c^2tanh^2(cy)}dy \quad (6)$$

اگر I_0 متناهی باشد مد صفر جایگزیده است. می توانیم از عبارت زیر استفاده کنیم

$$I_0 < \int_{-\infty}^{+\infty} P(y)dy \quad (7)$$

$$P(y) = sech^{2b}(cy)e^{\frac{3}{2}\alpha b^2c^2} \quad (8)$$

واضح است که به ازای $b > 0$ و مقادیر متناهی αb^2c^2، $P(y)$ یک تابع گوسی است و انتگرال آن در سرتاسر بعد اضافی هم گرا است لذا نتیجه می گیریم که I_0 متناهی است و مد صفر میدان اسکالری χ_0 بر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته جایگزیده می گردد. حال به بررسی میدان های پیمانه ای بر روی شامه می پردازیم و مکانیزم جایگزیده شدن مد صفر آنها را بررسی می کنیم. یک میدان پیمانه ای $U(1)$ در کنش زیر صدق می کند

$$S = -\frac{1}{4}\int d^5x\sqrt{g}g^{MN}g^{RS}F_{MR}F_{NS} \quad (9)$$

که در آن $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$. معادله حرکت بخش وابسته به y میدان پیمانه ای $A(x,y)$ به فرم زیر است که برای به دست آوردن آن از جداسازی $A(x,y) = a_\mu(x)\rho(y)$ و شرایط $A_4 = 0$ و $\partial_\mu A_\mu = 0$ استفاده کردیم

$$2\dot{A}\frac{\partial\rho}{\partial y} + \frac{\partial^2\rho}{\partial^2 y} + e^{-2A(y)}m^2\rho = 0 \quad (10)$$

به ازای $m^2 = 0$، $\rho(y) = \rho_0$ مد صفر میدان پیمانه ای است که با قرار دادن در کنش (9) نتیجه می دهد

$$S = -\frac{1}{4}\rho_0^2\int_{-\infty}^{\infty} dy\int d^4x g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}f_{\mu\nu}f_{\alpha\beta} \quad (11)$$

که در آن $f_{\mu\nu} = \partial_\mu a_\nu - \partial_\nu a_\mu$. از آنجایی که فاکتور انحنای متوقف کننده در انتگرال فوق وجود ندارد لذا بخش وابسته به y در انتگرال فوق واگرا و مد صفر میدان پیمانه ای نمی تواند جایگزیده گردد. برای جایگزیده نمودن این میدان پیمانه ای از روش پیشنهاد شده توسط مرجع [3] بهره می گیریم. با استفاده از یک تابعی میدان اسکالری $G(\varphi)$ در کنش میدان پیمانه ای، $-\frac{1}{4}\int d^5x\sqrt{g}g^{MN}g^{RS}G(\varphi)F_{MR}F_{NS}$، معادله ی حرکت بخش وابسته به y به صورت زیر به دست می آید

$$\left(2\dot{A} + \frac{\dot{G}}{G}\right)\frac{\partial\rho}{\partial y} + \frac{\partial^2\rho}{\partial^2 y} + e^{-2A(y)}m^2\rho = 0 \quad (12)$$

مجددا مد صفر میدان پیمانه ای به ازای $m^2 = 0$ برابر با $\rho(y) = \rho_0$ که باقراردادن در کنش جدید، نتیجه می دهد

$$S = -\frac{1}{4}\rho_0^2\int_{-\infty}^{\infty} G(\varphi)dy\int d^4x g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}f_{\mu\nu}f_{\alpha\beta} \quad (13)$$

از رابطه فوق بر می آید که جهت داشتن یک مد صفر میدان پیمانه ای جایگزیده بر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته باید تابعی $G(\varphi)$ روی کل فضای بعد اضافه هنجار پذیر باشد. ما با استفاده از روش پیشنهاد شده توسط مرجع [4]، تابعی $G(\varphi)$ را به فرم زیر به دست آورده ایم

$$G(\varphi) = sech^{(2p-1)b}(cy)e^{(3/4)\alpha b^2c^2(2p-1)tanh^2(cy)} \quad (14)$$

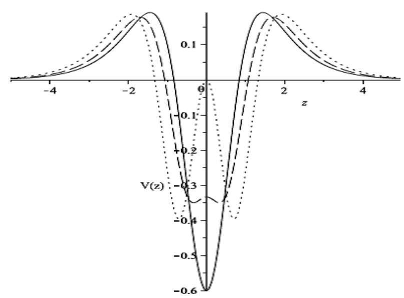
که p یک مقدار ثابت و مثبت است . به ازای $p > \frac{1}{2}$ ومقادیر متناهی $\alpha b^2 c^2$ تابعی $G(\varphi)$ گوسی شکل است و انتگرال آن روی کل فضای بعد اضافه y هم گرا است. در نتیجه مد صفر پیمانه ای می تواند روی شامه با دینامیک تعمیم یافته جایگزیده گردد. برای مطالعه ی مد های جرم دار میدان پیمانه ای از تبدیل همدیس متریک به فرم $ds^2 = e^{2A(y)}\left(g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2\right)$ استفاده می کنیم که در آن $dz = e^{-A}dy$. با استفاده از تبدیل همدیس، معادله حرکت میدان پیمانه ای (12) می تواند در فرم معادله ای شبیه به معادله شرویدینگر نوشته شود

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} + V(z)\right)\tilde{\rho}(z) = m^2\tilde{\rho}(z) \qquad (15)$$

که در آن $\rho(y) = e^{-pA(y)}\tilde{\rho}(z)$ و پتانسیل موثر به صورت زیر است

$$V(z) = p\left(\partial_z^2 A + p(\partial_z A)^2\right) \qquad (16)$$

رفتار مجانبی پتانسیل جهت وجود یا عدم وجود شکاف در مد های جرم دار پیمانه ای، باید مورد بررسی قرار بگیرد. محاسبه ی فرم دقیق پتانسیل امری مشکل است لذا ما به صورت عددی آن را بررسی کردیم که در شکل 1 به ازای مقادیر مختلف α رسم شده است. همان طور که در شکل دیده می شود پتانسیل دارای یک شکل آتشفشانی با یک چاه به ازای $\alpha = 0.1$ و با دو چاه به ازای $\alpha > 0.5$ است و از انجایی که به ازای $z \to \pm\infty$ پتانسیل به صفر میل می کند لذا شکافی که مد صفر را از مد های برانگیخته جدا کند، وجود ندارد.



شکل 1: پتانسیل به ازای $c=1, p=1, b=\frac{2}{3}$ و $\alpha = 0.1$(خط ممتد) و $\alpha = 0.5$(خط چین) و $\alpha = 0.1$ (خط نقطه چین)

نتیجه گیری

در این مقاله به مطالعه مکانیزم جایگزیده ساختن میدان اسکالری و پیمانه ای بر روی شامه با دینامیک تعمیم یافته پرداختیم. ما نشان دادیم که میدان اسکالری روی شامه جایگزیده می گردد در حالی که میدان پیمانه ای بر روی شامه این قابلیت را ندارد. بمنظور جایگزیده ساختن میدان پیمانه ای از یک تابعی اسکالری $G(\varphi)$ استفاده کردیم و با شرط $p > \frac{1}{2}$ و مقادیر متناهی $\alpha b^2 c^2$ دریافتیم که مد صفر میدان پیمانه ای روی شامه جایگزیده می شود. همچنین نشان دادیم که شکاف بین مد صفر میدان پیمانه ای و مدهای برانگیخته آن وجود ندارد.

مراجع

[1] D. Bazeia, A. R. Gomes, L. Losano and R. Menezes, *Phys. Lett.* **B 671** (2009) 402.
[2] L. B. Castro, L. E. Arroyo Meza, *Europhys. Lett.* **102** (2013) 21001.
[3] A. E. R. Chumbes, J. M. H. da Silva, and M. B. Hott, *Phys. Rev.* **D 85** (2012) 085003.
[4] Y. Z. Du, L. Zhao, Y. Zhong, Ch. E. Fu and H. Guo, *Phys. Rev.* **D 88** (2013) 024009.