بررسی خواص ترمودینامیکی ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو با استفاده از مدل توماس-فرمی

واعظ زاده،صفورا[1] ;غضنفری مجرد، مهدی[2]

[1]دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان ، بلوار قطب راوندی ، کاشان

چکیده

خواص ترمودینامیکی برای ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو بر پایه تقریب توماس-فرمی بررسی می شود. براساس تقریب میدان میانگین نیمه کلاسیکی توماس-فرمی معادله حالت ماده پایدار بتایی در دمای متناهی تعیین می گردد. الکترون ها و میون ها در این مدل به منظور خنثی کردن بار الکتریکی کل این ماده و پایدار کردن آن در برابر واپاشی بتا، به صورت نسبیتی در دما و چگالی معین در نظر گرفته می شوند. محاسبات برای رده وسیعی از دما و چگالی های باریونی که در اخترفیزیک مورد توجه هستند، صورت می گیرند.

معادله حالت ماده چگال داغ برای درک فیزیک جهان اولیه، انفجار ابرنواخترها، برخورد یون‌های سنگین، بررسی بخش‌های داخلی ستارگان نوترونی و ستارگان پروتونوترونی مورد استفاده است. در اینجا ساختار این ماده چگال به صورت ماده هسته‌ای نامتقارنی که شامل تعداد زیادی از لپتون‌هاست در نظر گرفته می‌شود[1-3] .به دلیل‌حضور لپتون‌ها، ماده در برابر واپاشی‌های ضعیف پایدار می‌ماند از این رو به آن ماده پایدار بتایی گفته می‌شود. تأثیردما در ساختار ستارگان نوترونی تا حد زیادی وابسته به معادله حالت باریونی است. لپتون‌ها به منظور خنثی نمودن سیال از لحاظ الکتریکی و پایداری آن در برابر واپاشی بتا، رفتار نسبیتی دارند. حذف نوترینوهای گرمایی منجر به سرد شدن سریع ستاره‌های نوترونی می‌گردد. در طول تحول اولیه، یک ستاره نوترونی نوترینوهای محبوس‌شده را دربردارد اما بلافاصله پس از تشکیل شدن (حدود چند ده ثانیه) که ستاره شروع به سردشدن می‌نماید، هیچ نوترینوی محبوسی باقی نمی‌ماند. این سرد شدن از طریق گسیل نوترینو از مرکز ستاره و یا گسیل فوتون از سطح ستاره انجام می‌گیرد. در این بررسی تلاش‌شده تا ویژگی‌های ماده پایدار بتایی در چگالی‌های مختلف باریونی به دست آید. در ابتدا انرژی آزاد بر باریون ماده پایدار بتایی‌تعریف می شود [1,2] :

$$f = \varepsilon - TS \qquad (۱)$$

که در آن T دما، S آنتروپی و ε انرژی نهان به ازای هر باریون می باشد. مدل ساده‌ای که در اینجا برای ماده پایدار بتایی ارائه می‌شود بدین صورت است که انرژی آزاد کل‌برحسب انرژی آزاد باریونی و انرژی آزاد لپتونی به ازای هر باریون به صورت $f = f_B + f_l$ نوشته می شود. دراین مدل نوکلئونها ازطریق پتانسیل TF(96) با یکدیگر برهم‌کنش-دارند.که درآن چگالی کل باریونی بدین صورت است:

$$\rho_B = \rho_p + \rho_n \qquad (۲)$$

و شرط خنثی بودن بار الکتریکی به صورت $\rho_p = \rho_e + \rho_\mu$ مطرح می‌شود . که در آن $\rho_e(\rho_\mu)$ چگالی الکترون (میون)است. ازحضور لپتونهای تاو به دلیل بزرگ بودن جرم سکونشان درمقایسه با جرم سکون الکترونها و میونها چشم‌پوشی می‌شود.در این مدل لپتونها رابه صورت گاز فرمیونی نسبیتی در نظر می‌گیریم بنابراین انرژی داخلی لپتونی به ازای هر باریون در دمای صفر می‌شود[1,2]:

$$\varepsilon_l = \frac{2}{\rho_B h^3} \sum_{i=e,\mu} \int d^3p \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}\, \vartheta(p_{F,i} - p),$$

$$= \sum_{i=e,\mu} \frac{\pi c^5 m_i^4}{h^3} \left[\varphi_i (2\varphi_i^2 + 1) \sqrt{1 + \varphi_i^2} - \sinh^{-1} \varphi_i \right] \qquad (۳)$$

که در آن $\varphi_i = \frac{p_{F,i}}{m_i c}$ می باشد. $p_{F,i}$ درمعادلات فوق تکانه فرمی الکترونها و میونها است. در دمای صفر انرژی فرمی لپتونها همان پتانسیل شیمیایی آنها به صورت $\mu_i = \sqrt{(p_{F,i})^2 + (m_i c^2)^2}$ می باشد. دراینجا $i = e, \mu$ است. شرط پایداری بتایی ایجاب می کند که:

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e = \mu_\mu \qquad (٤)$$

به طورواضح از معادله(٤) استنباط می شود که چنانچه پتانسیل شیمیایی الکترون μ_e از جرم سکون میون m_μ کمتر باشد، میون ها در ساختار ماده حضور نخواهند داشت.در دماهای متناهی پتانسیل شیمیایی لپتونها بر حسب چگالی و تابع توزیعشان در فضای فازتعیین می گردند:

$$\rho_i = \frac{2}{h^3} \int d^3p \, n_i(p), \qquad (۵)$$

که‌درآن $n_i(p)$ تابع توزیع فرمی-دیراک می باشد و به صورت $n_i(p) = \frac{1}{e^{\beta\left(\sqrt{(pc)^2+(m_i c^2)^2-\mu_i}\right)}+1}$ تعریف می شود. بنابراین تساوی دوم معادله(٤) در دماهای متناهی به صورت عددی با استفاده از رابطه (۵) حل می‌شود. انرژی آزاد بر باریون لپتون‌ها بر حسب ε_l انرژی نهان و s_l آنتروپی کل لپتون ها بر باریون به صورت $f_l = \varepsilon_l - Ts_l$ نوشته می شود که در آن $s_l = s_e + s_\mu$ میباشد و

$$s_i = -\frac{2}{\rho_i h^3} \int d^3p \left[n_i(p)\ln\big(n_i(p)\big) + \big(1 - n_i(p)\big)\ln\big(1 - n_i(p)\big)\right] \qquad (۶)$$

سرانجام سهم باریونی انرژی‌آزاد به‌ازای‌هر باریون‌رابه صورت $f_B = \varepsilon_B - Ts_B$ وارد می‌کنیم.که‌در آن‌برای محاسبه انرژی داخلی وآنتروپی به‌ازای‌هر باریون، روش بس ذره ای توماس-فرمی را به کار می بریم.پتانسیل بین نوکلئونی به کار رفته در این مدل به پتانسیل مایرزوشواتکی مشهور است که به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$V_{12} = -\frac{2T_0}{\rho_0} f\left(\frac{r_{12}}{a}\right)\left\{\frac{1}{2}(1 \mp \xi)\ \alpha - \frac{1}{2}(1 \mp \zeta)\left[\beta\left(\frac{p_{12}}{p_b}\right)^2 - \gamma\frac{p_F}{|p_{12}|}\,\sigma\left(\frac{2\bar{\rho}}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\right\} \quad (۷)$$

با بکارگیری تقریب توماس فرمی انرژی به ازای هر باریون می شود:

$$\varepsilon_B = \frac{2}{\rho_B h^3}\sum_i \int d^3p_l \left(\frac{p_l^2}{2m} + \frac{1}{2}V_i(p_l)\right) \qquad i = n, p \qquad (۸)$$

دراین مدل برای چگالی باریون ها داریم:

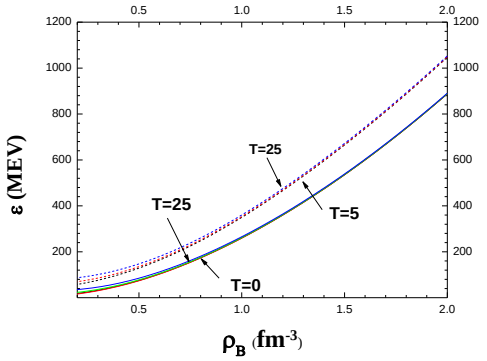
$$\rho_i = \frac{g}{h^3}\int d^3p \, \frac{1}{e^{\beta\left(\frac{p^2}{2B_i} + V_i(p) - \mu_i\right)}} \qquad (۹)$$

به منظور به حداقل رساندن زمان محاسبات با حفظ دقت محاسباتی در رابطه بالا به جای V_i از جرم مؤثر تعمیم یافته به صورت $B_i^* = \left[\left(\frac{1}{p}\left(\frac{\partial V_i}{\partial p}\right)\right)_{p_{F,n}}\right]^{-1}$ استفاده می کنیم. وقتی ماده پایدار بتایی حاوی نوترینوهای محبوس را بررسی می‌کنیم، شرط تعادل بتایی در معادله(٤) به‌صورت $\mu_n - \mu_p = \mu_e - \mu_{\nu_e} = \mu_\mu - \mu_{\nu_\mu}$ تغییر می-کند[1] . که در آن μ_{ν_e} (μ_{ν_μ}) پتانسیل شیمیایی نوترینوی الکترونی (میونی)است. رمبش گرانشی ستارگان سنگین با جرمی بزرگتر ازحد چاندراسخار دلالت بر این دارد که عدد لپتونی الکترونها در طی‌تحول دینامیکی ستاره به صورت $Y_{le} = Y_e + Y_{\nu_e} = \frac{\rho_e}{\rho_B} + \frac{\rho_{\nu_e}}{\rho_B} = 0.4$ می‌باشد.

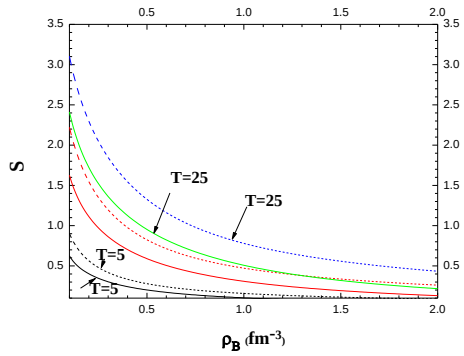
از آنجا که با فرض نوترینوهای محبوس هیچ میونی وجود ندارد، قید $Y_{l\mu} = Y_\mu + Y_{\nu_\mu} = 0$ نیز در شرط تعادل بتایی اعمال می‌شود.

نتیجه گیری:

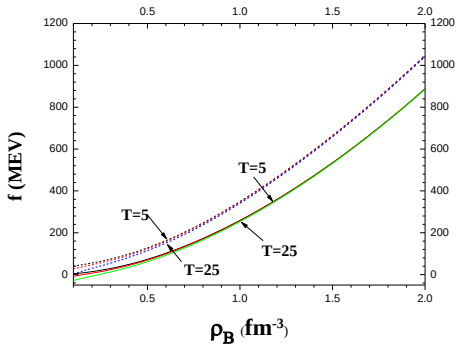
مدل استفاده شده در این بررسی کارامدی زیاد خود را با ارائه مفهوم جرم موثر تعمیم یافته نوکلئونی که تابعی از چگالی و دماست در فرایند محاسبات مربوط به ساختار ماده پایدار بتایی به خوبی نشان می دهد. به دلیل توافق نتایج حاصل از این مدل با مدل های مطرح در این زمینه می توان به بسط و تعمیم این مدل برای درک خواص ساختار های پیچیده تر باریونی پرداخت.



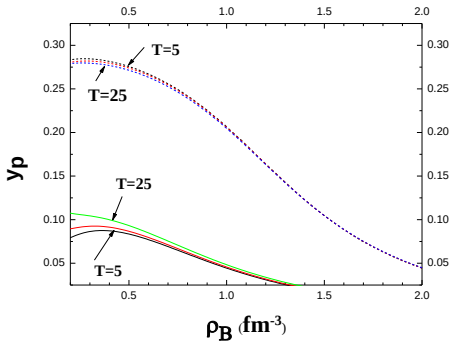
شکل (۱) انرژی نهان بر باریون بر حسب چگالی باریونی در دماهای مختلف (منحنی های خط چین متعلق به ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو است.)



شکل (۲) آنتروپی کل بر باریون ماده پایدار بتایی بر حسب چگالی باریونی در دماهای مختلف (منحنی‌های خط چین مربوط به ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو است.)



شکل(۳) انرژی آزاد هلمهوتز بر باریون ماده پایداربتایی بر حسب چگالی باریونی‌در دماهای مختلف(منحنی های خط چین مربوط به ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو است.)



شکل(٤) فراوانی پروتون در ماده پایدار بتایی برحسب چگالی باریونی‌در دماهای مختلف(منحنی های خط چین مربوط به ماده پایدار بتایی حاوی نوترینو است

مرجع ها

[1]. H.R. Moshfegh and M. Ghazanfari Mojarrad, J. Phys. G 15, (2011) 085102 .

[2]. M. Modarres and H. R. Moshfegh, Phys. Rev. C62 (2000) 044308.

[3].H.R. Moshfegh, M. Ghazanfari Mojarrad, Eur. Phys. J. A 49(2013).