

مولانا میفرماید:

ای خدا ای فضل تو حاجت روا
با تو یاد هیچکس نبود روا

علی شجاعی

دانشگاه طهران

بیست و یکم آذرماه سنهٔ یکهزار و سیصد و نود و هشت

تفرجی بر مسائل گرانس

• سنگ بنای نسبیت عام:

۱. اصل هم‌ارزی

۲. گمانهٔ ماخ

اصل هم‌ارزی

• اصل هم‌ارزی ضعیف (گاليله):

حرکت ذره‌ای آزمون، درحالی‌که آزادانه می‌افتد مستقل از ترکیب و ساختارش است.

• اصل هم‌ارزی متوسط (اینشتین):

برای هر حادثه نقطه‌ای، همسایگی کوچکی یافت میشود که در هر چارچوب سقوط آزاد موضعی در آن همسایگی، تمام قوانین غیرگرانشی از نسبیت خاص پیروی میکنند.

• اصل هم‌ارزی قوی (اینشتین):

برای هر حادثه نقطه‌ای، همسایگی کوچکی یافت میشود که در هر چارچوب سقوط آزاد موضعی در آن همسایگی، تمام قوانین فی‌الجملة از نسبیت خاص پیروی میکنند.

پرسش یکم

سازگاری اصل هم‌ارزی و نسبیت خاص

- در چارچوب نسبیت عام اینشتینی همسایگی فضا زمانی مورد نظر با مختصات فرمی داده میشود:

$$g_{00} \sim 1 - R_{0i0j} \delta x^i \delta x^j$$

$$g_{0k} \sim -(2/3) R_{0ikj} \delta x^i \delta x^j$$

$$g_{kl} \sim -\delta_{kl} - R_{kilj} \delta x^i \delta x^j$$

ابعاد همسایگی از مرتبه $(R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta})^{-1/4}$ است.

- مثلاً برای حل شوارتزشیلد $(R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta}) \sim 12r_s^2/r^6$ ، ابعاد همسایگی چنین خواهد بود:

$$\ell \sim 1 \times 10^{11} \text{meters} \sim 1 \text{ light hour} \quad \leftarrow \text{سطح زمین}$$

$$\ell \sim 2 \times 10^{11} \text{meters} \sim 2 \text{ light hour} \quad \leftarrow \text{سطح خورشید}$$

$$\ell \sim 1 \times 10^{29} \text{meters} \sim 1 \times 10^{13} \text{ light year} \quad \leftarrow \text{لبه کهکشان راه شیری}$$

$$\ell \sim 1 \times 10^3 \text{meters} \sim 1 \text{ kilo meters} \quad \leftarrow \text{سطح ستاره نوترونی}$$

- بنابر اصل هم‌ارزی (متوسط و قوی) حداکثر طول موج ممکنه امواج

الکترومغناطیسی ℓ خواهد بود. پس مثلاً روی سطح زمین موجی

$$3 \times 10^{-3} \text{Hz} = 3 \text{mHz} \quad \text{الکترومغناطیسی با فرکانسی کمتر از}$$

نباید مشاهده کرد!

- اگر برهمکنش الکترومغناطیس (و هکذا سایر برهمکنشها) فی الجمله

در چارچوب موضعی برقرار نباشد، چگونه میتوان نسبیت خاص را

بشکل موضعی بنا کرد؟ مثلاً ساعت هندسی چگونه ساخته میشود؟

پرسش دوم اصل هم‌ارزی و مفاهیم کوانتومی نظیر اسپین

- اثرات گرانشی بصورت چرخش چارچوبهای موضعی و نتیجتاً انحراف ژئودزیها دیده میشود:

$$\delta \ddot{x}^\alpha \sim -R^\alpha_{0\beta 0} \delta x^\beta$$

- انحراف مسیر ژيروسکوپهای افتان از مسیر ژئودزیکی از معادله پاپترو بدست میآید:

$$\delta \ddot{x}^i \sim -R^i_{0\mu\nu} J^{\mu\nu}$$

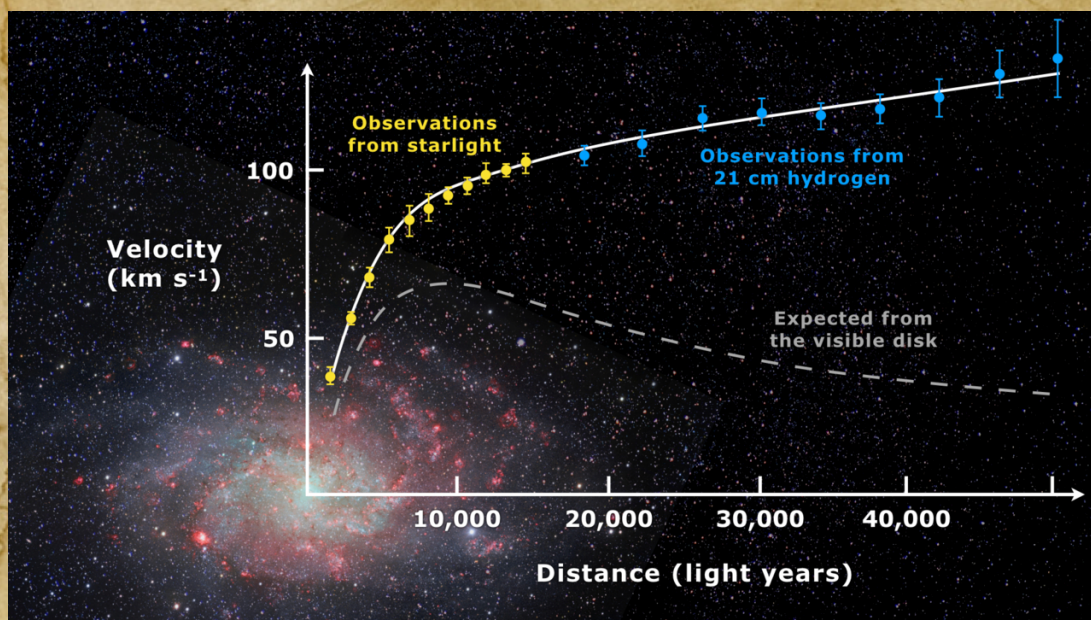
- برای موجودات چرخان کلاسیک $J \sim \text{size of gyro}$ پس با کوچک کردن اندازه ژيروسکوپها $J \rightarrow 0$ و مسیر ژئودزی خواهیم داشت.

- اما ذره‌ای کوانتومی با اسپین غیر صفر چنین نخواهد کرد!

پرسش سوم اصل هم‌ارزی و مشاهده

• معمولاً با تفسیری خاص گفته میشود که اصل هم‌ارزی تطابق تجربی خوبی دارد.

• الف) آنچه ماده تاریک میگوید، مثلاً در مورد کهکشان M33:



$$v_{\text{observed}} \sim 130 \text{ km/sec}$$

$$v_{\text{no dark matter}} \sim 30 \text{ km/sec}$$

• مطابق اصل هم‌ارزی، این بدان معناست که محورهای چارچوب افتان

لبه کهکشان نسبت به چارچوب افتان مرکزی باندازه زاویه لورنتسی

$$\vartheta \sim \tanh^{-1}(\Delta v/c) \sim 3 \times 10^{-4}$$

اضافه چرخیده است!

• پیشنهاد مادهٔ تاریک $\Leftarrow$ ناکارآمد، نازیبا، نامفهوم ...

• پیشنهاد تخطی از اصل هم‌ارزی

همانند ... MOND, TeVeS, STVG, $\Leftarrow$ ناکارآمد، نازیبا، نامفهوم ...

• ب) آنچه انرژی تاریک میگوید:

$$H \rightarrow \sqrt{1.75}H$$

مطابق اصل هم‌ارزی، این بدان معناست که محورهای چارچوب
افتان همراه خوشه‌ای کهکشانی در فاصله ℓ باندازه زاویه لورنتسی

$$\vartheta \sim \tanh^{-1} \left((1 - \tanh^2(H\ell/c)) \tanh(0.15H\ell/c) \right)$$

اضافه چرخیده‌اند.

برای خوشهٔ کهکشانی CL J1001+0220 در فاصلهٔ 11.1 Gly یعنی

$$\vartheta \sim 0.33!$$

• پیشنهاد انرژی تاریک $\Leftarrow$ ناکارآمد، نازیبا، نامفهوم ...

• پیشنهاد تخطی از اصل هم‌ارزی

۱. همانند مدل‌های پنجم‌گهر $\Leftarrow$ ناکارآمد، نازیبا، نامفهوم ...

۲. ثابت کیهانشناسی $\Leftarrow$ مسئلهٔ ثابت کیهانشناسی

گمانهٔ ماخ

• گمانهٔ ماخ از زبان ماخ:

No one is competent to predicate things about absolute space and absolute motion; they are pure things of thought, pure mental constructs, that cannot be produced in experience.

All our principles of mechanics are, as we have shown in detail, experimental knowledge concerning the relative positions and motions of bodies.

We can eliminate time from every law of nature by putting in its place a phenomenon dependent on the earth's angle of rotation. The same holds of space. We know positions in space by the affections of our retina, of our optical or other measuring apparatus. And our x , y , z in the equations of physics are, indeed, nothing else than convenient names for these affections. Spatial determinations are, therefore, again determinations of phenomena by means of phenomena.

The Science of Mechanics

• گمانهٔ یکم ماخ: عدم وجود فضا، حرکت نسبی است.

• گمانهٔ دوم ماخ: عدم وجود زمان، زمان توالی وضعیتهای نسبی است.

• گمانهٔ ماخ از زبان اینشتین:

۱. سال ۱۹۱۲

This suggests the hypothesis that the whole inertia of any material point is an effect of the presence of all other masses, depending on a kind of interaction with them.

• در این زمان اینشتین تمایز مشخصی بین گمانهٔ ماخ و اصل هم‌ارزی و هموردایی خام قائل نبود.

۲. سال ۱۹۱۳

• ارائهٔ مدل غیرهموردای Entwurf theory که هدفش یافتن متریک فضازمان براساس محتوای مادی جهان بود.

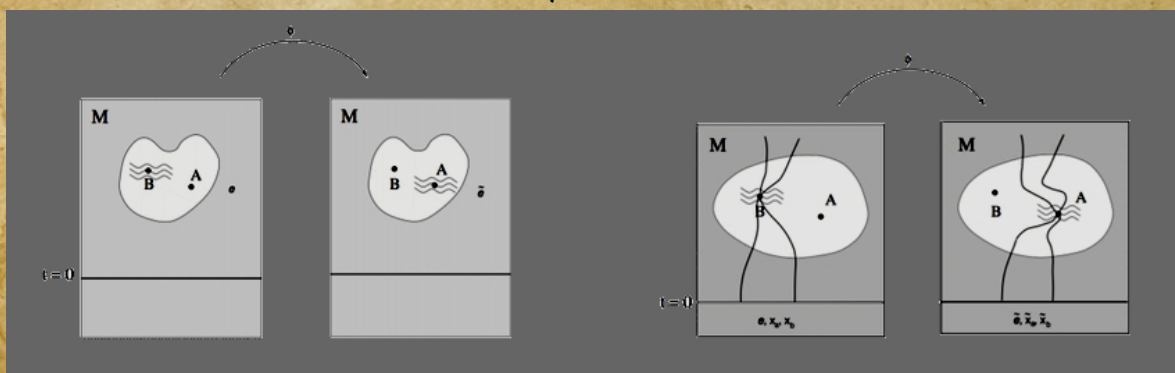
۳. سال ۱۹۱۴

• قبول کردن اینکه حل مینکوفسکی در Entwurf theory هست و در تضاد با گمانهٔ ماخ.

۴. سال ۱۹۱۶

But the gravitation equations themselves unfortunately do not have this property of general covariance... This is an *ugly dark spot of the theory*.

• ارائهٔ بحث حفره و اذعان به عدم وجود فضازمان



۵. سال ۱۹۱۶

- $T_{\mu\nu}$ باید متریک را مشخص کند و شرایط مرزی مایخی اعمال شود.
- دوسیمته در نامه‌ای گزارش داده که اینشتین شرط مرزی مناسب را یافته

$$g_{\mu\nu} \xrightarrow{at \infty} \begin{pmatrix} \infty^2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 0 & 0 \\ \infty & 0 & 0 & 0 \\ \infty & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ds^2 = Bdt^2 - A|d\vec{x}|^2$$

$$\sqrt{-g} = \sqrt{A^3 B} \rightarrow 1$$

$$p_\mu \rightarrow (m\sqrt{B}, mA\vec{v}/\sqrt{B})$$

$$A \rightarrow 0, \quad B \rightarrow \infty$$

۶. سال ۱۹۱۷

- جهان بسته و بدون مرز

۷. سال ۱۹۱۸

The G-field is without remainder determined by the masses of bodies ... this therefore entails that the G-field be conditioned and determined by the energy tensor.

پرسش یکم ماخ و بازتوصیف مکانیک نیوتونی

• اگر حاصل گمانه‌ماخ را توصیفی دیگر از همان مکانیک نیوتونی بدانیم، پروژه‌ایست موفق:

۱. مدل ماخ - وبر (see: Assis and others)

$$U_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} (1 - \beta \dot{r}_{ij}^2) e^{-\alpha r_{ij}}$$

جمع روی همه ذرات و اعمال شرط صفر بودن مجموع نیروها:

$$m_i \vec{a}_i = m_i \vec{a}_u + m_i \vec{\omega}_u \times \vec{r}_i + 2m_i \vec{\omega}_u \times \vec{v}_i - m_i \vec{\omega}_u \times (\vec{\omega}_u \times \vec{r}_i) + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}$$

۲. مدل‌های متوسط‌گیری شده

(see: Barbour, Bertotti, Lynden-Bell and others)

انرژی جنبشی در چارچوبی با سرعت $\vec{v}$

$$T_v = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\dot{\vec{r}}_i - \vec{v})^2$$

کمینه کردن عبارت نسبت به تمام انتخابهای $\vec{v}$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{M} \sum_{i < j} m_i m_j \left(\frac{1}{2} \dot{r}_{ij}^2 - \frac{GM}{r_{ij}} \right)$$

که منجر به معادلات صحیح نیوتونی شامل نیروهای مجازی خواهد شد.

• بنظر میرسد گمانه‌ماخ بعنوان باز توصیفی از مکانیک نیوتونی بدون

مفاهیم فضا و زمان مطلق موفق است. آیا واقعاً چنین است؟

پرسش دوم گمانه‌ ماخ و نظریات جدید حرکت

- اگر تعبیر از گمانه‌ ماخ این باشد که فضا و زمان وجود ندارند بلکه ابزارهایی ریاضی بجهت سهولت توصیفند، بر سر دوراهی قرار میگیریم. آیا بحث حفره را به معنای هموردائی عام ذاتی در نظر بگیریم؟
- اگر هموردائی ذاتی باشد، یعنی آنچه که اهمیت دارد فقط اقتران میدانهای فیزیکی (مادی و گرانشی) وجود دارد. زمان و مکان استنتاج از آنند. میدانها بر میدانها میزیند، نه بر فضا زمان (Rovelli)
- هموردائی میتواند عرضی باشد و بقیمت معرفی میدانهایی نوین بدست آید، نظیر آنچه در مدل‌های ابرریسمان رخ میدهد. در چنین حالتی فضا زمان همان میدانهای اضافه است؟

پرسش سوم اینرسی یا چارچوب اینرسی

• گمانه‌ ماخ میگوید که اینرسی هر جسم از اثر برهمکنش همه ذرات
عالمست؟

• یا اینکه چارچوب اینرسی موضعی از طریق ذرات دوردست عالم
مشخص میشود؟

• رابطه‌ حالت دوم و اصل هم‌ارزی چیست؟ همانگونه که اینشتین فکر
میکرد (حداقل در مراحل از تفکرش) هم‌ارزی، هم‌وردائی و ماخیت
درهم تنیده‌اند؟

پرسش چهارم شرایط مرزی مایه

- آیا دانستن توزیع ماده بتنهائی گرانس را مشخص میکنند؟
- آیا علاوه بر ماده، شرایط مرزی و درجات آزادی اضافه مانند امواج گرانشی، لازمه مشخص کردن گرانس هستند؟
- بعبارتی آیا گرانس خالص بعنوان درجات آزادی دینامیکی وجود دارد یا خیر؟
- ماده با چه مشخص میشود؟ با $T_{\mu\nu}$ اگر چنین باشد، چطور میتوان گفت که $T_{\mu\nu}$ در نظریه گرانس $g_{\mu\nu}$ را مشخص میکند، درحالیکه برای دانستن $T_{\mu\nu}$ احتیاج به $g_{\mu\nu}$ است؟

پرسش پنجم
اعمال گمانه دوم ماخ

• اعمال گمانه دوم ماخ در گرانش راحتتر است و کامل.

مدلهای گرانش بی زمان (Barbour, ...)

• زمان یورك، سنجش زمان بر حسب انحنای عرضی

$$\text{York Time} = \text{tr } K$$

و امثالهم

• آیا لازمست هردو گمانه ماخ اعمال شود؟

پرسش ششم نسبت به کجا؟

- هنگام تطبیق نظریه با تجربه، هنوز ممکنست که تعیین چارچوبهای مرجع مناقشه برانگیز باشد.
- مثلاً در مورد تقدیم حضيض عطارد، نظریه تقدیم را نسبت به چارچوبی که در بینهایت شرط مرزی خاصی دارد محاسبه میکنند. اما تجربه تقدیم را نسبت به ستارگان دوردست میسنجد.
- در گرانش اینشتینی علی الاصول میتوان همیشه نتایج محاسبه را در چارچوب افتان موضعی ناظر بیان کرد، همانکه مشاهده گر اندازه میگیرد. ولی این بدان معنا نیست که نتیجه مستقل از شرایط مرزی است.
- اگر شرایط مرزی ماخیت کافی نداشته باشد، محاسبات نسبت به ستارگان دوردست و مرز است.

نظریات متفاوت ولی ماخی

• نظریه کنش مستقیم هوپل و نارلیکار

$$m_a(X) = \lambda_a \sum_{b \neq a} \lambda_b \int ds_b \mathcal{G}(X, B)$$

$$\left(\square + \frac{R}{6}\right) \mathcal{G}(X, B) = \frac{\delta(X, B)}{\sqrt{-g(X)}}$$

$$A = - \sum_a \int ds_a m_a = - \sum_{a < b} \int ds_a ds_b \lambda_a \lambda_b \mathcal{G}(A, B)$$

۱. متقارن همدیس

۲. خلق دائمی ماده

۳. ماخی

۴. آماده کوانتش از طریق جمع مسیرها

• گمانه ویلر - اینشتین - ماخ:

۱. در هر لحظه دنیا محدود است. $M^4 = \Sigma^3(compact) \times R$

۲. فضا زمان سرتاسری هذلولوی است، تا مسیرهای علی بسته وجود نداشته باشند.

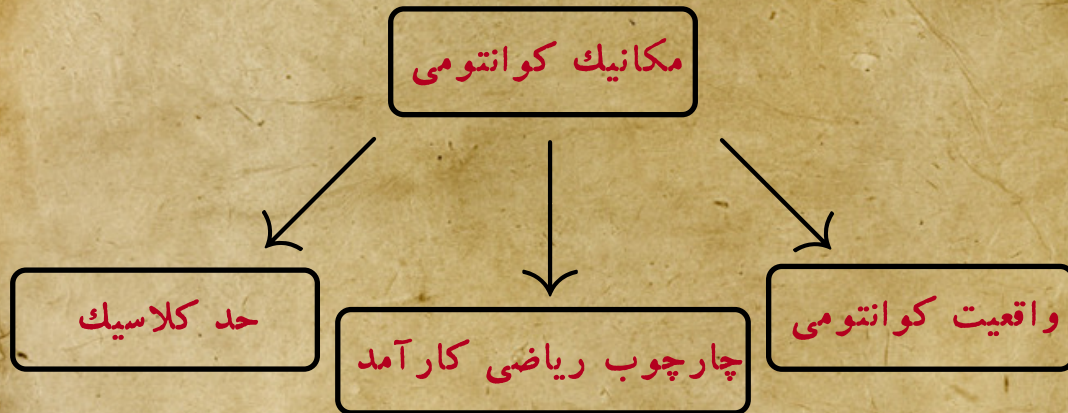
۳. سطوح کوشی تحول را بدهند.

۴. سازگاری قیود سطوح کوشی و تحول

گِرانِش کوانتومی

گرانش کوانتومی

• رمز موفقیت مکانیک کوانتومی کپنهاگی در جمع کردن مجموعه مراد است.



رندی

و

شباب

و

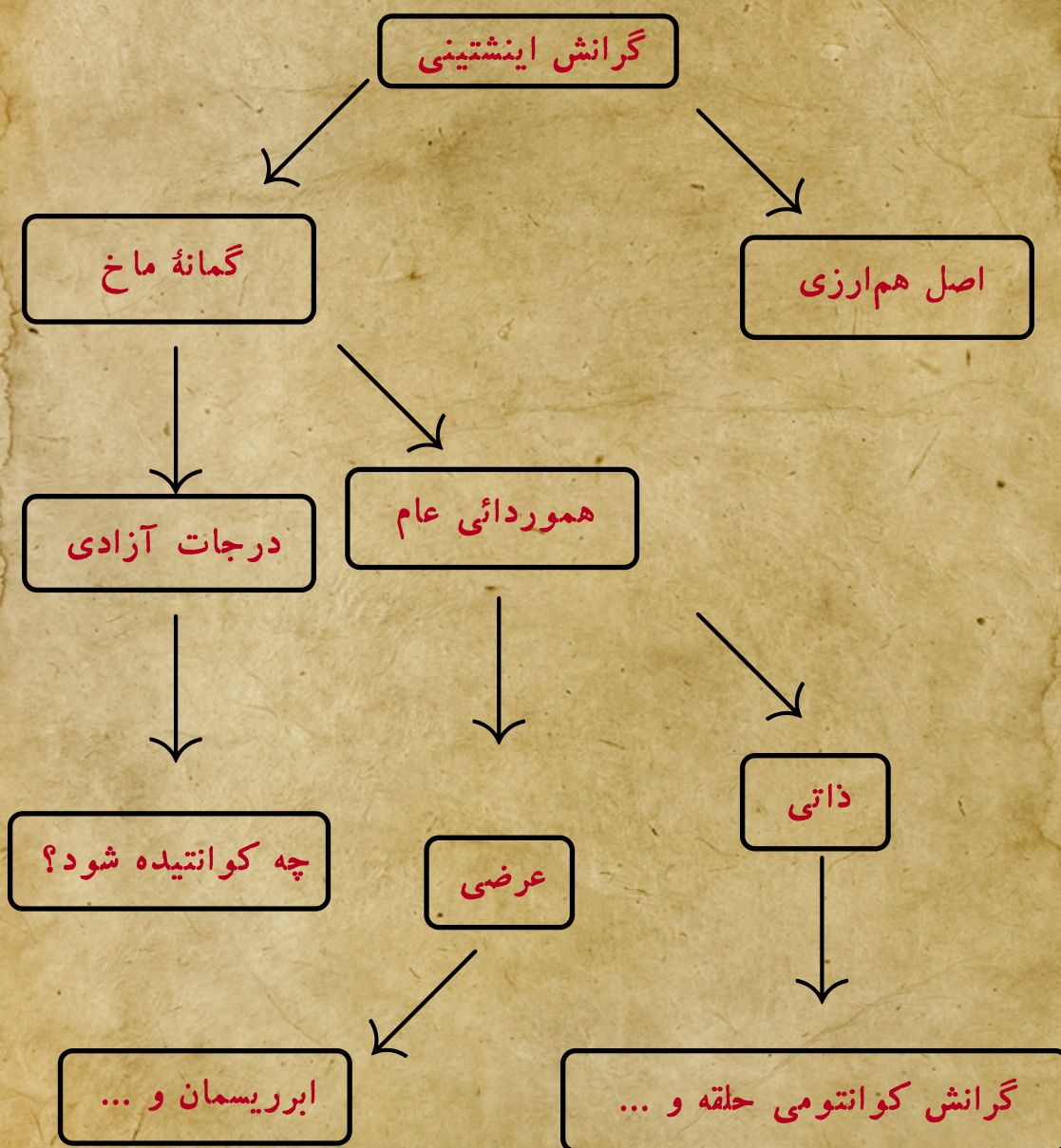
عشق

مجموعه مرادست

چون جمع شد معانی گوی بیان توان زد

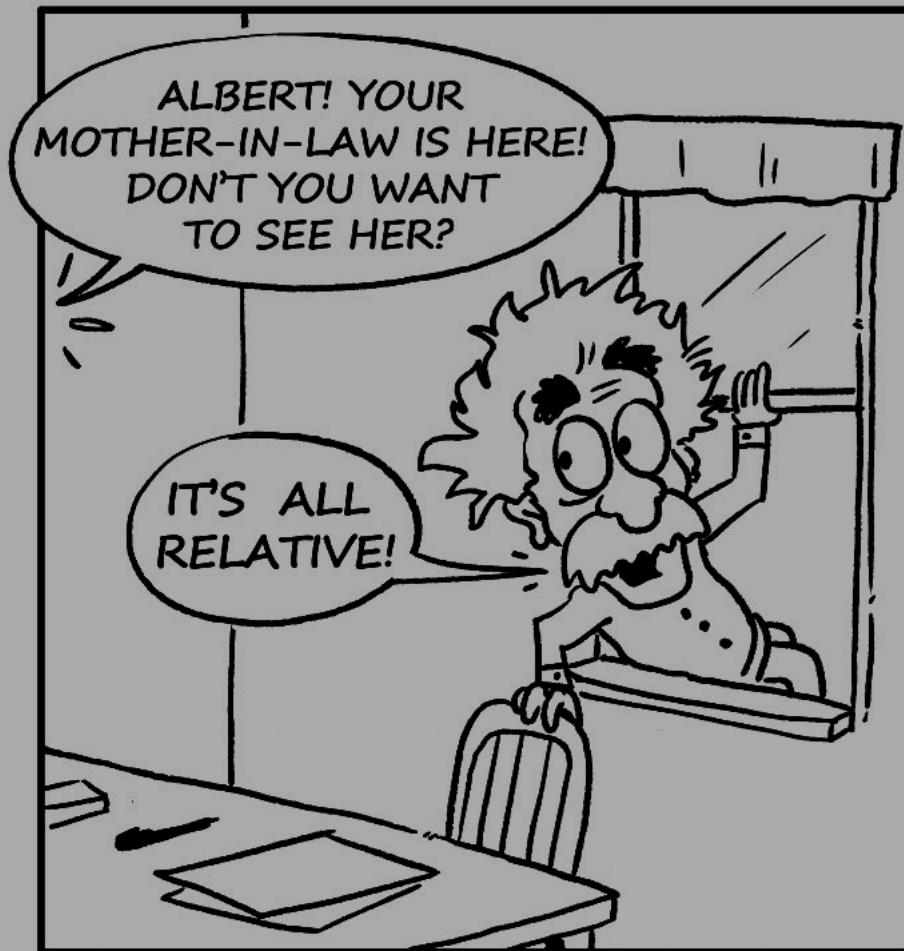


• کوانتش گرانش



پرسشی مهم

- مکانیک کوانتومی چارچوبی برای توصیف مکانیک است، همانطور که مکانیک کلاسیک چنین است.
- نظریه گرانش از منظر گروهی چارچوبی است برای توصیف مکانیک
- نظریه گرانش از منظر گروهی دیگر چارچوبی است برای توصیف نیروی گرانش
- نظریه گرانش از منظر گروهی سوم، هردوی اینهاست.
- نتیجه نظر گروه اول اینست که **دو پادشاه در يك اقليم نگنجند** و باید مکانیکی داشت که هردوی کوانتوم و گرانش در آن بگنجند. ممکنست گرانش **کوانتومی سازی** شود و یا کوانتوم **نسبی سازی**.
- نتیجه نظر گروه دوم آنست که گرانش باید کوانتومی شود.
- و نتیجه نظر گروه آخر ترجیح برنسبی سازی کوانتوم است.



EINSTEIN'S LESSER KNOWN
THEORY OF RELATIVITY