پتانسیل کوانتومی در رهیافت بوهمی کوانتوم و اهمیت آن

معرفی پتانسیل کوانتومی با روش بوهم

معادلات حرکت موج و ذره

اگر در معادله موج شرودینگر قراردهیم $\psi(\vec{x},t) = R(\vec{x},t)e^{\frac{i}{\hbar}s(\vec{x},t)}$ بدست می آوریم:

- $$\begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial t} + \dfrac{\left|\vec{\nabla} s\right|^2}{2m} + Q + V = 0 & (1) \\ \dfrac{\partial R^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\dfrac{R^2 \vec{\nabla} s}{m}\right) = 0 & (2) \end{cases}$$

که در آن پتانسیل کوانتومی Q عهده دار دینامیک غیر کلاسیکی ذره یا به عبارتي دینامیك کوانتومی ذره است پتانسیل کوانتومی نشانه تفسیر علی کوانتوم است وبه صورت یک جمله اضافی وارد معادله هامیلتون–ژاکوبی میشود. این پتانسیل برای تک ذره به صورت زیر است:

- $Q = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\nabla^2 R}{R}$ (3)

ویژگی های پتانسیل کوانتومی

- پتانسیل کوانتومی وابسته به زمینه است و چیدمان آزمایش در آن و متعاقبا دینامیک ذره اثر میگذارد.
- پتانسیل کوانتومی رفتار ناموضعی دارد.
- پتانسیل کوانتومی ذهن ما را به این معطوف می کند که دلیل یا دلایلی برای رفتار کوانتومی ماده وجود دارد که باید کشف شود (متغیرهای نهان یا نیروهای ناشناخته دیگر یا جنبه های ناموضعی نیروهای طبیعت)
- پتانسیل کوانتومی به همراه علی بودن کوانتوم بوهمی یک پیوستگی بین دنیای کلاسیکی و کوانتومی ایجاد می کند و تمایز ناپیوسته ای بین دنیای کلاسیکی و کوانتومی وجود ندارد.
- با یک حد پیوسته وقتی اجرام سنگین تر بشوند پتانسیل کوانتومی یا نیروی کوانتومی به سمت صفر می رود و برهم نهی از میان می رود و به حالت کلاسیکی می رسیم.
- ناظر یا دستگاه اندازه گیری هم باید جزئی از دنیای کوانتوم باشد ولی پتانسیل کوانتومی آن به سمت صفر میل می کند.

دیدگاه هاه نا معتقد به پتانسیل کوانتومی

- ۱- دیدگاهی که در آن به وجود پتانسیل کوانتومی اعتقادی نیست و آن را زاید می دانند. در این دیدگاه داشتن تابع موج و رابطه هدایت برای تعیین تحول کوانتومی ذره کافی است.

$$\boxed{v_i^{\Psi} = \frac{\hbar}{m_i} \operatorname{Im} \frac{\Psi^* \nabla_i \Psi}{\Psi^* \Psi}, \; i = 1, \ldots, n.}$$

- در این دیدگاه هدف بوهم مبنی بر وجود نظم پنهان و درجه بالاتر در طبیعت که در موجودی به نام پتانسیل کوانتومی آشکار می شود نادیده گرفته شده و صرفا یک ابزار محاسبه بنا گذاشته شده است.

- آیا رفتار کوانتومی طبیعت نمی تواند علت و منشا بنیادی تری داشته باشد؟

نظر پروفسور Hiley درباره پتانسیل کوانتومی

If you examine the quantum potential carefully in, say, the two slit experiment, you find it contains variables referring to the experimental arrangement, the slit width, the distance between the slits. In other words Bohr's words are translated into mathematics through the quantum potential. I have no idea why physicists choose to ignore this feature. It seems that historically the Bohm approach was misunderstood because the belief that it was an attempt to return to classical physics. It was not, it was an attempt to examine the formalism from a different viewpoint. The quantum Hamilton-Jacobi equation is simply the real part of the Schrödinger equation and that is where the quantum potential first occurs. Heisenberg calls it 'ad hoc' but there is nothing ad hoc about it. It is not added to the equation from outside. It is in the mathematics and all we have been doing is to find out its implications for quantum phenomena in general.

نظر پروفسور Hiley درباره معادله شرودینگر

The quantum Hamilton-Jacobi equation is non-linear and therefore more difficult to solve, therefor use the linear equation in spite of its difficult interpretation, for example when one is forced to say a cat is dead and alive at the same time. The linear Schrödinger equation is a calculation device not an explanation; the quantum Hamilton-Jacobi is an explanation, not a tool for calculations.

پتانسیل کوانتومی در نظریه میدانهای کوانتومی (بوزونها)

- با نوشتن تابع موج به شکل قطبی و جاگذاری در معادله شرودینگر جمله ای به معادله هامیلتون-ژاکوبی افزوده می شود که از آن به پتانسیل کوانتومی یاد میکنند:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R} + V = 0$$

- جمله سوم پتانسیل کوانتومی می باشد.
- درمورد ذره کلاین گوردون :

$$Q = \Box R / R m^2$$

- که به علت مشکلاتی که وجود دارد از جمله اثرات فوق نوری، مسئله خلق و فنای ذره به سوی رهیافت میدان می رویم.
- رابطه پتانسیل کوانتومی برای میدانهای اسپین صفر:

$$Q[\psi, t] = -(1/2R) \int d^3x \, \delta^2 R / \delta\psi^2$$

پتانسیل کوانتومی ذره اسپین ½ (پائولی)

اسپین کمیتی دینامیک است نه ذاتی.

فضای پیکربندی سیستم $\mathbb{R}^3 \times SU(2)$ است.

$$\psi^a = R\, e^{iS/\hbar} \varphi^a$$

S فاز میانگین اسپینور است و تحت چرخش اسپینور یک اسکالر نیست.

می توان یک بردار حقیقی برای اسپین ساخت: $\mathbf{S} = S_i \mathbf{e}_i$

مولفه هایش: $S_i = \psi^\dagger \sigma_i \psi$

معادله هامیلتون- ژاکوبی و پیوستگی:

$$\frac{\partial S}{\partial t} - i\hbar\varphi^\dagger \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \tfrac{1}{2}m\mathbf{v}^2 + Q + Q_s + \left(\frac{2\mu}{\hbar}\right)\mathbf{B}\cdot\mathbf{s} + eA_0 + V = 0$$

$$\partial\rho/\partial t + \nabla\cdot(\rho\mathbf{v}) = 0.$$

پس از محاسبات مفصل، چرخش اویلری این ذره به صورت زیر مشخص می شود :

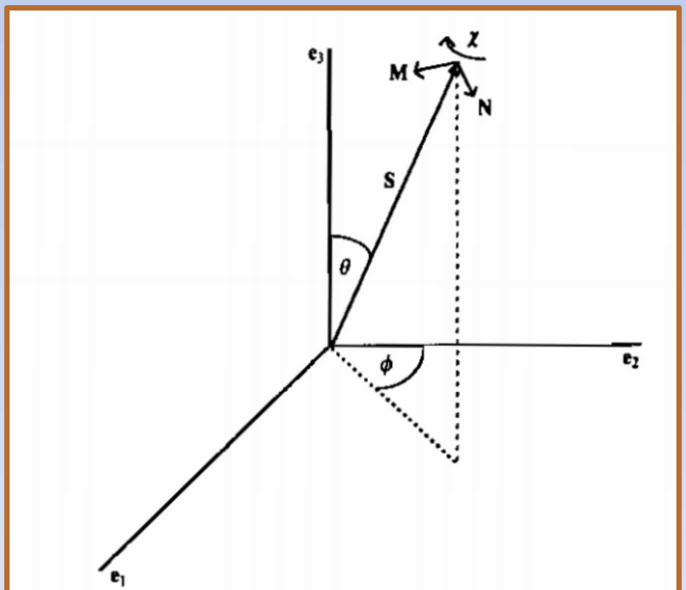
$$\varphi = e^{-i\pi/4}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi/2} \\ i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\phi/2} \end{pmatrix}$$

$$\psi = R\, e^{i\chi/2}\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi/2} \\ i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\phi/2} \end{pmatrix}.$$

زوایای اویلر به مختصات مکان ذره هم بستگی داشته و تابعی از زمان نیزمیباشد

قسمت مکانی و جهت گیری اسپینوری به هم پیوند می خورد.

تکانه ذره از فازی بدست میاید که هم اسپین دارد و هم مکان را در بر دارد.



$$\phi(\mathbf{x}, t), \theta(\mathbf{x}, t), \chi(\mathbf{x}, t)$$

پتانسیل کوانتومی دو قسمت میشود یکی حرکت مرکز جرم (همان ذره) و قسمت دیگر ناشی از وجود اسپین.
دامنه تابع موج برای قسمت حرکت مرکز جرم یعنی R به اسپین هم بستگی دارد اما بستگی صریح ندارد.

$$\boxed{Q = -\hbar^2 \nabla^2 R / 2mR}$$

$$\boxed{Q_s = (1/2m)\, \partial_i s_j\, \partial_i s_j = (\hbar^2/8m)[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi)^2]}$$

آقای Hiley در سال ۲۰۱۰ با استفاده از جبر کلیفورد پتانسیل کوانتومی را برای ذره اسپین دار در حالت غیر نسبیتی و نسبیتی به دست آورده است و این کار چندین سال زمان برده است.نتایج آنها به چرخنده کوانتومی منجر می شود.

روش جبر کلیفورد برای ذرات اسپین دار غیر نسبیتی

هایلی می گوید ایده استفاده از جبر کلیفورد را اندیشه های بوهم در خصوص نظم درونی و نظم آشکار در ذهنش روشن ساخت.

نظم درونی که همه جنبه هایش آشکار نمی شود .

یک عنصر از minimal left ideal را درنظر میگیریم $\boxed{\Phi_L(\boldsymbol{r},t)}$ که آن را به صورت $\boxed{\Phi_L(\boldsymbol{r},t) = \phi_L(\boldsymbol{r},t)\epsilon.}$ می نویسند. $\boxed{\phi_L(\mathbf{r},t)}$ ترکیب خطی از عناصر جبر است و همه اطلاعات سیستم درآن است $\boxed{\epsilon}$ را Idempotent میگویند ودر طول عملیات جبر به خودش نگاشته می شود. و نحوه انتخابش را فیزیک مسئله مشخص میکند.

عنصر حیاتی Clliford density element است یعنی : $\boxed{\rho_c(\boldsymbol{r},t) = \Phi_L(\boldsymbol{r},t)\widetilde{\Phi}_L(\boldsymbol{r},t)}$

و از نمایش مستقل است. یک المان جبر بر اساس پایه های جبر بسط داده میشود: مثلا حالت $\boxed{\mathcal{C}\ell_3 \text{ of } \mathbb{R}^3}$

که با پایه های $\boxed{\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}}$ ساخته میشود

$$\mathbf{e}_1^2 = 1, \quad \mathbf{e}_2^2 = 1, \quad \mathbf{e}_3^2 = 1,$$
$$\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 = -\mathbf{e}_2\mathbf{e}_1, \quad \mathbf{e}_1\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_3\mathbf{e}_1, \quad \mathbf{e}_2\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_3\mathbf{e}_2.$$

1	the scalar
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	vectors
$\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2\mathbf{e}_3$	bivectors
$\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3$	a volume element.

تکانه و انرژی در جبر:

$$\rho P^j(t) = -i\alpha\Phi_L \overleftrightarrow{\partial}^j \widetilde{\Phi}_L = -i\alpha\left[(\partial^j\Phi_L)\widetilde{\Phi}_L - \Phi_L(\partial^j\widetilde{\Phi}_L)\right]$$

$$\rho E(t) = i\alpha\Phi_L \overleftrightarrow{\partial}^0 \widetilde{\Phi}_L = i\alpha[(\partial^0\Phi_L)\widetilde{\Phi}_L - \Phi_L(\partial^0\widetilde{\Phi}_L)]$$

برای معادله پائولی $\alpha = 1$

ذره پائولی:

$$e_i e_j + e_j e_i = 2\delta_{ij}$$

المان جبر را به شکل مناسب می نویسیم :

$$\phi_L = RU$$

$$U = g_0 + g_1 e_{23} + g_2 e_{13} + g_3 e_{12} \qquad \text{and} \qquad \sum_{i=0}^{3} g_i^2 = 1.$$

$$\epsilon = (1 + e_3)/2.$$

$$\rho_c = \Phi_L\widetilde{\Phi}_L = \phi_L\epsilon\widetilde{\Phi}_L = \rho U\epsilon\tilde{U} = \rho(1 + Ue_3\widetilde{U})/2$$

ارتباط بردار اسپین و المان جبر به صورت زیر است :

$$\mathbf{s} = (Ue_3\widetilde{U})/2$$

نتیجه نهایی برای عنصر چگالی کلیفورد:

$$\rho_c = \rho(1 + \mathbf{s}.\mathbf{e})/2$$

که اگر بجای پایه های جبر ماتریس های پائولی را بگذاریم ماتریس چگالی آنسامبل بدست میاید.

معادله هامیلتون-ژاکوبی جبر:

$$\rho E(t) = \alpha[H, \rho_c]_+$$

با استفاده از معادله هامیلتون – ژاکوبی و نتایجی که تا الان بدست آورده ایم پتانسیل کوانتومی به صورت زیر استخراج میگردد:

$$W = \rho^{-1}\nabla(\rho S)$$

$$Q = (\nabla W \cdot S)/m + W^2/2m$$

اگر براساس زوایای اویلر بنویسم :

$$Q_1 = -\frac{1}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R}$$

$$Q_2 = [(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi)^2]/8m$$

که همان نتیجه ای است که با روش معمولی قبلا بدست آمده بود.

ذره دیراک

برای ذره دیراک مسئله خیلی پیچیده است و ظرافت های ریاضی زیادی دارد ما صرفا نتایج اصلی را عنوان مینماییم. پایه های جبر و قاعده آن به صورت زیر است:

$$\{1, \gamma_\mu\} \text{ where } \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ and } [\gamma_\mu, \gamma_\nu] = 2g_{\mu\nu}$$

اینها ماتریسهای دیراک نیستند بلکه پایه های جبرند و پس از نمایش به آنها نگاشته میشوند.

پس از بحث های ظریف ریاضی idempotent به صورت زیر میشود:

$$\epsilon_\gamma = (1 + \gamma_0 + i\gamma_{12} + i\gamma_{012})/4$$

عنصر جبر: $\phi_L = Re^{\gamma_5 \beta/2} U$ که U یک عنصر کلی از گروه $SL(2C)$ است .

پس از تشکیل عنصر چگالی کلیفورد و رسیدن به معادله هامیلتون-ژاکوبی پتانسیل کوانتومی با مشقت زیاد بدست میاید:

$$Q_D = \Pi^2 + W^2 + [J\partial_\mu W^\mu + \partial_\mu W^\mu J]$$

منشا ترمودینامیکی پتانسیل کوانتومی

در این رهیافت حضور انرژی گرمایی خلا که در تمام فضا گسترده است باعث ایجاد پتانسیل کوانتومی میشود. هر ذره توسط یک شار دایمی گرما در حالت پایای غیرتعادلی قرار میگیرد.

فرض انرژی کل ذره:

$$E_{\text{tot}} = \hbar\omega + \frac{(\delta p)^2}{2m},$$

فرض احتمالی:

$$P(\mathbf{x},t) = R^2(\mathbf{x},t), \text{ with normalization } \int P\, d^n x = 1$$

فرض حمام گرمایی و توزیع ماکسول بولتزمن:

$$\frac{P(\mathbf{x},t)}{P(\mathbf{x},0)} = e^{-\frac{\Delta Q}{kT}},$$

ارتباط بین کنش و گرمای منتقل شده :

$$\Delta Q = 2\omega\delta S = 2\omega\left[\delta S(t) - \delta S(0)\right],$$

$$\tau = 2\pi/\omega$$

$$S = \int (E_{\text{kin}} - V)\,dt$$

تابع احتمال بر اساس کنش:

$$P(\mathbf{x},t)=P(\mathbf{x},0)\,e^{-\frac{2}{\hbar}\left[\delta S(\mathbf{x},t)-\delta S(\mathbf{x},0)\right]}$$

$$\delta E_{\text{kin}}=\frac{1}{2m}\nabla(\delta S)\cdot\nabla(\delta S)=\frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{2}\frac{\nabla P}{P}\right)^2$$

$$\delta\mathbf{p}(\mathbf{x},t)=\nabla\left(\delta S(\mathbf{x},t)\right)=-\frac{\hbar}{2}\frac{\nabla P(\mathbf{x},t)}{P(\mathbf{x},t)}$$

کنش کلاسیکی با پتانسیل خارجی:

$$A=\int L\,d^n x dt=\int P\left[\frac{\partial S}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2m_i}\nabla_i S\cdot\nabla_i S+\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2m_i}\left(\frac{\hbar}{2}\frac{\nabla_i P}{P}\right)^2+V\right]d^n x dt,$$

با استفاده از شکل قطبی تابع موج $\psi=Re^{\frac{i}{\hbar}S}$ و $R=\sqrt{P}$ کنش را بازنویسی میکنیم:

$$A=\int L dt=\int d^n x dt\left[|\psi|^2\left(\frac{\partial S}{\partial t}+V\right)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\hbar^2}{2m_i}|\nabla_i\psi|^2\right].$$

که با روش اویلر لاگرانژ می توان معادله شرودینگر را بدست آورد همچنین با استفاده از وردش نسبت

به $\boxed{P}$ معادله هامیلتون ژاکوبی تعمیم یافته بدست میاید :

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}\frac{(\nabla_i S)^2}{2m_i}+V(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\ldots,\mathbf{x}_n,t)+U(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\ldots,\mathbf{x}_n,t)=0,$$

که در ان :

$$U(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\ldots,\mathbf{x}_n,t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\hbar^2}{4m_i}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\nabla_i P}{P}\right)^2-\frac{\nabla_i{}^2 P}{P}\right]=-\sum_{i=1}^{n}\frac{\hbar^2}{2m_i}\frac{\nabla_i{}^2 R}{R}.$$

همان جمله پتانسیل کوانتومی بوهم است.

منشا گرانشی

معادله کلاین گوردون و پتانسیل کوانتومی

با استفاده از شکل قطبی تابع موج در معادله کلاین گوردون میبینیم که چگونه پتانسیل کوانتومی وارد معادله انرژی می شود

$$\eta_{\mu\nu} P^{\mu} P^{\nu} = m^2 c^2 (1 + Q) = \mathcal{M}^2 c^2; \; Q = (\hbar^2 / m^2 c^2)(\Box|\Psi| / |\Psi|)$$

$$\mathcal{M}^2 = m^2 \left(1 + \alpha \frac{\Box|\Psi|}{|\Psi|}\right) ; \quad \alpha = \frac{\hbar^2}{m^2 c^2}$$

پس وجود پتانسیل کوانتومی به صورت تغییر جرم سکون ذره آشکار میشود. جرم سکون ذره در حالت کوانتومی با ندازه پتانسیل کوانتومی اصلاح میشود.پس باید به انحنای فضا و زمان هم ربط پیدا کند چون ماده فضا و زمان را خم میکند و این را از معادله انشتین در نسبیت عام میدانیم.

منشا اسپینی

در این دیدگاه ادعا میشود منشا پتانسیل کوانتومی در ارتباط با اسپین است و خود را به شکل انرژی جنبشی داخلی ذره نشان میدهد.

با مشتق لگاریتم گرفتن از فرم قطبی تابع موج داریم :

$$\boxed{\frac{1}{\psi}\nabla\psi = \frac{1}{2}\frac{1}{\rho}\nabla\rho + i\nabla S}$$

دو نوع سرعت میتوان تعریف کرد:

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{v}_B &= \frac{1}{m}\nabla S\\ \vec{v}_S &= \frac{1}{2m}\frac{1}{\rho}\nabla\rho\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\nabla\times\vec{v}_B &= 0\\ \nabla\times\vec{v}_S &= 0\end{aligned}}$$

برای ذره اسکالر غیر نسبیتی:

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{i}{2}\left(\psi^*\frac{\partial}{\partial t}\psi - \left(\frac{\partial}{\partial t}\psi^*\right)\psi\right) - \frac{1}{2m}(\nabla\psi^*)\cdot(\nabla\psi) - U\,\psi^*\psi}$$

$$\boxed{\mathcal{L} = -\rho\left(\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2}m\,\vec{v}_B^2 + \frac{1}{2}m\,\vec{v}_S^2 + U\right)}$$

معادله هامیلتون ژاکوبی و معادله پیوستگی

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial t} &= -\mathcal{H} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla\cdot\vec{J}\end{aligned}$$

معادله پیوستگی تحت تبدیل $\vec{J}(\vec{x},t) \longrightarrow \vec{J}(\vec{x},t) + \nabla\times\vec{b}(\vec{x},t)$ ناورداست .

و $\vec{b}(\vec{x},t)$ یک میدان برداری دلخواه است. $\vec{b} = \psi^* \vec{c}\, \psi$ و $\vec{c}$ یک عملگر برداری ثابت است.

$\vec{J} = \rho\, (\vec{v}_B + \vec{v}_S\times\vec{s})$ و $2m\,\vec{c} = \vec{s}$

و میدان سرعت جدید :

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_S\times\vec{s}$$

با یک سری استدلال ثابت میشود $\vec{s}$ باید بردار اسپین باشد و بخش انرژی جنبشی کوانتومی به صورت زیر میشود:

$$Q = -\frac{1}{2}m\,\vec{v}_S^2 - \frac{1}{2}\nabla\cdot\vec{v}_S$$

میتوان نشان داد که عبارت فوق با جمله پتانسیل کوانتومی بوهم برابر است.

آقای اسپیسیتو ادعا میکند چون پتانسیل کلا یک موجود خارجی است و مارا وادار به جستجوی منشا آن میکند با این روش پتانسیل در واقع انرژی جنبشی داخلی سیستم میشود.

مباحث دیگری مانند روش کنش ویل-دیراک ، روش کنش ویل –دویت و روش فرایندهای تصادفی هم وجود دارد که که خارج از زمان سمینار است.

Machian view of quantum potential

According to the Mach principle, absolute space has no meaning and space is only the distance between bodies
Furthermore, the inertial mass of an object is related to the existence of matter in other places.

In fact, the Machian force is a force in the configuration space of the system and it varies with respect to the changes of the configuration of the system .

In the newton gravity the mass of a particle is an intrinsic property.

Machian view of quantum potential

For an example about the nature of Machian force or potential, consider a triangle with three angles $\vartheta 1$, $\vartheta 2$ and $\vartheta 3$; and the sides *a, b* and *c*. If we multiply the sides by a constant factor λ, we will have a bigger $(\lambda > 1)$ or smaller $(\lambda < 1)$ triangle with respect to the primary triangle without changes in the angles between the sides and configuration of the system.

So, such potential remains invariant under rescaling. Furthermore, when we multiply the distances between particles by a constant factor, the total volume of the system is also multiplied by a constant factor. Now, since the total mass of universe is considered to be constant, we conclude that the density of matter is also multiplied by a constant factor. But all of these do not change the mass of particles. Because there is no change in the configuration of system.

Machian view of quantum potential

Another statement of Mach's principle is that the motion of a particle, should be considered relative to the other objects. Otherwise, the motion is not detectable or there is no motion in Mach's view at all . The problem arises when we consider a frame S' that has the acceleration relative to the frame S. In this new frame, Newton's second law becomes:

$$\vec{F} - m\vec{a}' = m\vec{a}''$$

where, $\vec{a}''$ is the acceleration of body in S'. The term $m\vec{a}'$ is not related to external forces.

Machian view of quantum potential

In Newton's view it is due to the acceleration of reference frame relative to absolute space.

Newton called it "inertial force". Practically, he considered distant stars as frames of absolute space, which are inertial frames. Here, Mach noted that the absolute space of Newton is fictitious and what Newton actually did is considering the motion relative to distant stars or distant bodies and absolute space has no meaning. According to Mach's considerations, if there is no matter in the universe, then for a single particle we have $m\vec{a}$ $= 0$. Then since $\vec{a}$ is indeterminate, as there is no objects to define the motion of particle relative to it, thus we conclude that $m = 0$.

Machian view of quantum potential

There are some cases that prevent us from accepting the Mach principle comprehensively.

General Relativity problem.

Bohmian quantum mechanics problem

According to Mach's principle, the rest mass of a single object should vanishes.

But:

$$\mathcal{M} = m_0\sqrt{1 + \frac{\hbar^2}{m_0^2}\frac{\partial_\mu\partial^\mu\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}}$$

Machian view of quantum potential

Here, we point to a letter that Einstein wrote to Lorentz in June 1916:

I agree with you that general relativity theory admits of an ether hypothesis as does the special relativity theory. But this new ether theory would not violate the principle of relativity. The reason is that the state [...metric tensor] = Aether is not that of a rigid body in an independent state of motion, but a state of motion which is a function

of position determined through the metrical phenomena.

Machian view of quantum potential

What Ernst Mach said about time:

It is utterly beyond our power to measure the changes of things by time ... time is an abstraction
at which we arrive by means of the changes of things;
made because we are not restricted to
any one definite measure, all being interconnected.

Machian view of quantum potential

According to Mach's statement, the inertial mass of a particle can be considered as a functional which relates its mass to the relative mass distribution function.

$$M_i = M_i\left[\rho_{\text{rel}}\left(x_1^\mu(\lambda), x_2^\mu(\lambda), \cdots, \hat{x}_i^\mu(\lambda), \cdots, x_n^\mu(\lambda)\right)\right]$$

Therefore, according to Mach's statement the mass of a single particle becomes zero.
We consider the mass distribution of all matter relative to an absolute space.
In this case, if we have only one particle, it always has a distribution relative to the absolute space.

The world ”pseudo-Machian” may be more suitable for our purpose

We use the relation:

$$\mathcal{M}_i = \mathcal{M}_i\left[\varrho\left(x_1^{\mu}(\lambda), x_2^{\mu}(\lambda), \cdots, x_i^{\mu}(\lambda), \cdots, x_n^{\mu}(\lambda)\right)\right]$$

Where ρ is defined with respect to the absolute space.

This can be seen as the effect of absolute space on a physical system.

In fact, In addition to the , any spatial or temporal change in the distribution of matter relative to the absolute space affects the mass of the ith particle.

For one-particle system:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}\left[\varrho(x(\lambda)), \partial_{\mu}\varrho(x(\lambda)), \partial_{\mu}\partial_{\nu}\varrho(x(\lambda)), \cdots\right]$$

Machian view of quantum potential

Furthermore, when a particle moves from a point to another point in every instance it gets a new configuration with respect to the absolute space. So,

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}(x(\lambda))$$

Machian view of quantum potential

We can write:

$$\mathcal{A}_{\mathrm{Machian}} = \int \frac{1}{2}\mathcal{M}(x(\lambda))\frac{dx^\mu}{d\lambda}\frac{dx_\mu}{d\lambda}d\lambda$$

After variation:

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\nu\sigma}\frac{dx^\nu}{d\lambda}\frac{dx^\sigma}{d\lambda} = \frac{1}{2}\left(g^{\mu\nu} - \frac{dx^\mu}{d\lambda}\frac{dx^\nu}{d\lambda}\right)\frac{\nabla_\nu\mathcal{M}}{\mathcal{M}}$$

In non-relativistic regime:

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} - \frac{1}{2}\frac{\nabla\mathcal{M}(\mathbf{x})}{\mathcal{M}(\mathbf{x})}$$

The second term, acceleration in a non-inertial frame

When g=0,

$$\mathbf{a} = -\frac{1}{2}\frac{\nabla\mathcal{M}(\mathbf{x})}{\mathcal{M}(\mathbf{x})}$$

Machian view of quantum potential

For constant acceleration:

$\mathcal{M} = \alpha e^{2\vec{a}\cdot\vec{\zeta}}$, where $\vec{\zeta}$ is the position vector in accelerated frame. It is similar to the conformal factor of the Rindller frame.

$$\vec{\zeta} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

We use this form to suggest a relativistic ansatz as:

$$\mathcal{M}^2 = \mathcal{F} = \beta \exp(\mathcal{Q})$$

Machian Relativistic action:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{Machian}} &= \int \varrho\left(\partial_\mu S \partial^\mu S - \mathcal{M}^2\right) d^4x \\ &= \int \varrho\left(\partial_\mu S \partial^\mu S - \mathcal{F}[\varrho(x), \partial_\mu \varrho(x), \partial_\mu \partial_\nu \varrho(x), \cdots]\right) d^4x\end{aligned}$$

Machian view of quantum potential

For small Machian effect relative to classical energies:

$$\mathcal{M}^2 = \mathcal{F} \approxeq m_0^2(1+\mathcal{Q}) \quad , \quad \frac{\mathcal{Q}}{m_0^2} \ll 1$$

And $$\mathfrak{Q} = m_0^2 \mathcal{Q}$$

$$\delta_\varrho \mathcal{A}_{\mathrm{Machian}} = \delta \int \varrho \left(\partial_\mu S \partial^\mu S - m_0^2 - \mathfrak{Q}[\varrho(x), \partial_\mu \varrho(x), \partial_\mu \partial_\nu \varrho(x), \cdots] \right) d^4x = 0$$

We suggest a form for quantum potential according to Machian considerations.

$$\mathfrak{Q} = C((\varrho)^r)^m (\partial_\mu (\varrho)^r)^n (\partial_\mu \partial^\mu (\varrho)^r)^p$$

Machian view of quantum potential

Invariance under re scaling:

$$\Omega[\varrho' = \gamma\varrho] = \Omega[\varrho] \Longrightarrow \gamma^{r(m+n+p)} = 1, \quad r \neq 0$$

$$m + n + p = 0,$$

For m=-1, n=0, p=1:

$$\mathcal{M}^2 = m_0^2 \left(1 + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \frac{\Box\sqrt{\varrho}}{\sqrt{\varrho}}\right)$$

For m=-2, n=0, p=2:

$$\mathcal{M}^2 = m_0^2 \left(1 + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \frac{\Box\sqrt{\varrho}}{\sqrt{\varrho}} + \frac{1}{2} \frac{\hbar^4}{m_0^4} \frac{\Box^2\sqrt{\varrho}}{\sqrt{\varrho}} + \cdots\right)$$

Also we get: $r = \frac{1}{2}$ and $\rho = R^2$

Conclusions

- Deep relation between Mach principle, the concept of mass and absolute space to quantum physics.
- The necessity of absolute space to obtain quantum effects causally.
- Capability of reaching higher order terms.
- Relation between the acceleration and mass.
- This approach can be studied further.

Hiley's comment about our work

Your paper addresses the question of how mass arises, the answer to which is still far from clear. While you paper contains one or two interesting ideas, for me, it is not the way I would proceed. I wish you luck with further developments of the ideas.

My own interests are more to understand how something like the simplest form of Bohm theory fits with the non-commutative structure of quantum mechanics. Remember the pioneers of QM showed that the essential differences between the classical theory and quantum theory lay in a non-commutative structure of operators. The Schrödinger equation 'hides' that non-commutativity from explicit view, but it is there in the fact that we put p=-id/dx. For me the fundamental problem is to understand the physical implications of this relationship. Only then will we understand the role of spin and relativity in quantum theory.

See my paper "Process, Distinction, Groupoids and Clifford Algebras: an Alternative View of the Quantum Formalism", in New Structures for Physics, ed Coecke, B., Lecture Notes in Physics, vol. 813, pp. 705-750, Springer (2011). arXiv: 1211.2098.

باتشکر از توجه اساتید

و

پژوهشگران گرامی