۲۰۱۰/۰۹/۲۹
۰۶:۴۵ ب.ظ

از جلسه‌ی گذشته به خاطر دارید که ما بین دو نوع میدان برداری تمایز قایل شدیم.

$$\begin{cases} V^0 \xrightarrow{\text{پاریته}} V^0 \\ V^i \longrightarrow -V^i \end{cases}$$

$$\begin{cases} A^0 \xrightarrow{\text{پاریته}} -A^0 \\ A^i \longrightarrow A^i \end{cases}$$

همانند مورد اسکالرها، این دو نوع میدان برداری، شکل کلی میدان برداری نیستند. به عنوان مثال بردار $A^\mu + V^\mu$ یا $A^\mu - V^\mu$ تحت پاریته به هیچکدام از آن دو شکل تبدیل نمی‌شوند. چهار بردار انرژی تکانه را در نظر بگیرید:

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\text{تحت پاریته}} (E, -\vec{p})$$

در نتیجه $p \cdot A \xrightarrow{\text{پاریته}} -p \cdot A$ و $p \cdot V \xrightarrow{\text{پاریته}} p \cdot V$

علت آن که دو نوع میدان برداری V^μ و A^μ که تحت تقارن پاریته به شکل خاصی که در بالا به آن اشاره شد رفتار می‌کنند برای ما جالب هستند آن است که می‌توانیم با به کارگیری آنها اسکالر یا شبه اسکالر (pseudoscalar) هایی مانند $A \cdot p$ یا $V \cdot p$ بسازیم.

فرق کوارک والانس با کوارک دریا

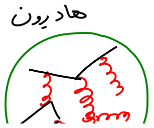
کوارک والانس = کوارک ظرفیت = valence quark

کوارک دریا = sea quark

همان طوری که در جلسه‌ی گذشته گفتم کوارک‌های والانس، کوارک‌هایی هستند که اعداد کوانتمی هادرون را مشخص می‌کنند. در بین اعداد کوانتمی، تا اینجا تنها در مورد بار الکتریکی صحبت کرده‌ایم (مثلاً در مورد نترون با کوارک‌های والانس udd یا پروتون با کوارک‌های والانس uud دیدیم جمع بارهای کوارک‌ها برابر بار کل هادرون است.) در آینده که با اعداد کوانتمی بیشتری آشنا خواهیم شد، این موضوع برای شما بهتر جا می‌افتد.

همان طور که گفته شد در داخل هادرون‌ها دریایی از کوارک‌ها و آنتی کوارک هم وجود دارند.

هادرون



آیا با پدیده‌ی Schwinger

یا وایایشی خلاء آشنا هستید؟

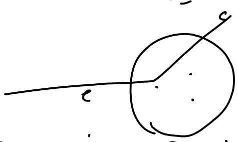
به وجود کوارک های دریا نیز پدیده ای مشابه است (البته باز هم پیچیده تر)

گاهی گفته می شود کوارک های دریا ذرات virtual هستند.

نباید این گونه برداشت شود که فرق کوارک های دریا و ظرفیت در on-shell یا off-shell بودن است.

شاید مرور سیر تاریخی شکل گیری مفهوم کوارک در بین فیزیکدانان به فهم مسأله کمک کند. در سال ۱۹۶٤ Gell-mann از یک سو و Zweig از سوی دیگر مفهوم کوارک ها را پیشنهاد کردند. در واقع فیزیکدانان آن دوره خواص هدرون ها را بابت دادن یک سری اعداد کوانتمی طبقه بندی کرده بودند. گلمان با مدل معروف راه هشتگانه خود این طبقه بندی را شکیل تر کرد. بعد برای توضیح این فرمول بندی هشت تایی مفهوم کوارک ها را ارائه داد. در آن زمان ساختار پروتون در هاله ای از ابهام بود و وجود ذراتی به نام کوارک در داخل پروتون بعید می نمود. در واقع فیزیکدانان کوارک ها را یک نوع ابزار برای دسته بندی هدرون ها فرض می کردند نه یک سری ذرات بنیادی واقعی.

در سال ۱۹۶۸، در اسلک با تاباندن باریکه ی الکترون بر پروتون معلوم شد که پروتون خود از اجزای سازنده تشکیل شده است:



این کشف به کشف رادرفورد شباهت دارد.

با توجه به این که برخی از این پراکندگی مقدار بیشتر از انتظار بین پروتون و الکترون انرژی رد و بدل می شد (اصطلاحاً گفته می شود پراکندگی سخت بود.)، به این نتیجه رسیدند که داخل پروتون هم اجزای تشکیل دهنده وجود دارد. فاینمن نام آنها را پارتون نهاد. مدتی طول کشید که جامعه فیزیک هضم کرد که پارتون فاینمن و کوارک گلمان یکی هستند. شاید درست تر باشد بگوییم کوارک هایی که مورد نظر گلمان بودند همان کوارک های ظرفیت بودند اما پارتون هم شامل کوارک ظرفیت و هم شامل کوارک دریا می شود.

وقتی ذره ای با پروتون برهمکنش می کند فرقی بین کوارک های دریا و ظرفیت نمی گذارد تنها اعداد کوانتمی کوارک نظیر بار الکتریکی یا ضریب جفتیدگی ضعیف

آن مهم هستند.

با مطالعه پراکندگی الکترون، میون، نوترینو و آنتی‌نوترینو می‌توان توزیع کوارک‌ها و آنتی‌کوارک‌ها را در داخل پروتون به دست آورد.

این اندازه‌گیری‌ها نیز تأیید می‌کنند که

$$\text{تعداد } u - \text{تعداد } \bar{u} = 2$$

$$\text{تعداد } d - \text{تعداد } \bar{d} = 1$$

دقت کنید که چنین اندازه‌گیری‌ای در مورد همه‌ی هادرون‌ها نشده. تا جایی که من اطلاع دارم این اندازه‌گیری تنها در مورد پروتون انجام گرفته است و به طور غیرمستقیم نوترون (یعنی نوترون‌های موجود در هسته‌ی دوتریم و هسته‌ی سنگین‌تر).

تقارن‌های مدل استاندارد

همان‌گونه که احتمالاً شنیده‌اید مدل استاندارد بر پایه‌ی تقارن پیمانه‌ای $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ بنا نهاده شده است. علاوه بر این تقارن، مدل استاندارد دارای بسیاری تقارن‌های دیگری هم هست که در اینجا به برخی از آنها می‌پردازیم.

طعم لپتونی

واپاشی $e \to \mu$ از سال ۱۹۴۹ شناخته شده بود.

با این حال واپاشی $\mu \to e\gamma$ مشاهده نشد!

مقالات واینبرگ و فاینبرگ را ببینید

نتیجه ν_μ غیر از ν_e است

$$\mu \to \nu_\mu \bar{\nu}_e e$$

در برهمکنش‌ها طعم لپتونی را حفظ می‌کنند

طعم لپتونی L_e ، L_μ ، L_τ

$$L_e:\quad \begin{matrix} e \to e^{i\alpha} e \\ \nu_e \to e^{i\alpha}\nu_e \end{matrix} \quad\Longleftrightarrow\quad \begin{matrix} \bar{e} \to e^{-i\alpha}\bar{e} \\ \bar{\nu}_e \to e^{-i\alpha}\bar{\nu}_e \end{matrix}$$

$$L_\mu:\quad \begin{matrix} \mu \to e^{i\beta}\mu \\ \nu_\mu \to e^{i\beta}\nu_\mu \end{matrix} \quad\Longleftrightarrow\quad \begin{matrix} \bar{\mu} \to e^{-i\beta}\bar{\mu} \\ \bar{\nu}_\mu \to e^{-i\beta}\bar{\nu}_\mu \end{matrix}$$

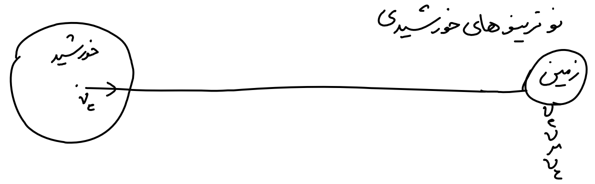
$$L_\tau \quad \begin{matrix} \tau \to e^{i\gamma}\tau \\ \nu_\tau \to e^{i\gamma}\nu_\tau \end{matrix} \quad\Longleftrightarrow\quad \begin{matrix} \bar{\tau} \to e^{-i\gamma}\bar{\tau} \\ \bar{\nu}_\tau \to e^{-i\gamma}\bar{\nu}_\tau \end{matrix}$$

مدل استاندارد قدیم تحت تک تک این تقارن‌ها ناوردا است.

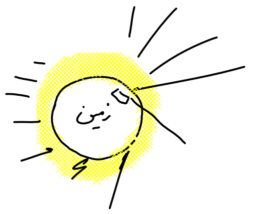
به عبارت دیگر تقارن $U(1)\times U(1)\times U(1)$ دارد.

اما امروزه می‌دانیم طعم لپتونی در طبیعت و به علت پدیده‌ای موسوم به نوسان نوترینو بقا ندارد.

نوترینوهای خورشیدی



نوترینوهای جوی



$$\text{پرتوکیهانی} + \underset{\text{جو}}{\text{هسته‌ی}} \to \pi^+,\ \pi^-,\ \pi^0$$

$$\begin{cases} \pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu \\ \mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \\ \pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \end{cases} \qquad \frac{\#\ \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}{\#\ \nu_e} = 2$$

این پیش‌بینی برای نوترینوهایی که از بالا به آشکارسازی می‌رسند درست است اما مشاهده نشان می‌دهد که این نسبت در مورد نوترینوهایی که از پایین و پس از گذر از زمین به آشکارسازی می‌رسند درست نیست. این پدیده با جذب نوترینوها نمی‌تواند توضیح داده شود. توضیح درست آن است که بخشی از ν_μ در حین گذر از زمین و در مسیر به ν_τ تبدیل شده است.

از سال ۱۹۹۸ انحراف مشاهده از پیش‌بینی مدل استاندارد قدیم (بقای طعم لپتونی) مسجل شده است. از سال ۲۰۰۶ ν_τ آشکار شده‌اند ($\nu_\tau + N \to \tau + jet$). در نتیجه شکی در درستی توضیح $\nu_\mu \to \nu_\tau$ باقی نمانده.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM}^{\text{قدیم}} + \underbrace{\mathcal{L}_m}_{\text{جرم نوترینوها}}$$

تصحیح کوچک

$\mathcal{L}_m$ ، L_e ، L_μ ، L_τ را نقض می‌کند. اما نمی‌دانیم

آیا $L_e + L_\mu + L_\tau$ پایسته است یا خیر!

اگر $\boxed{L_e + L_\mu + L_\tau \equiv \text{عدد لپتونی}}$ پایسته باشد، می‌توان گفت

$\mathcal{L}_{SM}$ – تقارن طعم $U_e(1) \times U_\mu(1) \times U_\tau(1)$ را به $U(1)_{L_e+L_\mu+L_\tau}$ می‌شکند.

از جلسه‌ی گذشته واپاشی‌های دو تا را به یاد آورید

بقای عدد لپتونی ← $N \to N' + e^- + e^- + \bar\nu_e + \bar\nu_e$

نقض عدد لپتونی $N \to N' + e^- + e^-$

با فرض بقای L_e، L_μ، L_τ کلاسیک از فرآیندهای زیر مجاز

و کدام غیر مجاز است:

$$\pi^- \to \bar\nu_\mu \mu^- \quad , \quad \pi^- \to e^- \bar\nu_\mu$$

$$\mu^- + K^+ \to \nu_e e^+ \nu_\mu \tau^- \qquad \pi^- \to e^- \nu_e$$

$$\mu^- + K^+ \to \nu_e e^+ \nu_\mu$$

$$\mu^- \to e\gamma \qquad \mu^- + N \to e^- N$$

$$\mu^- \to e^- e^+ e^- \qquad \mu^- \to e\gamma\gamma$$

کدام یک از فرآیندهای بالا عدد لپتونی را نقض می‌کنند؟

در چارچوب مدل استاندارد جدید (مدل استاندارد قدیم به اضافه جرم نوترینو) نسبت انشعاب $\pi^- \to \mu^- \bar\nu_e$ را برآورد کنید.

جواب سرانگشتی من:

$$Br(\pi^- \to \mu^- \bar\nu_e) \sim \left(\frac{m_\nu}{m_{\pi^-}}\right)^2 \sim \left(\frac{0.1\,eV}{139\,MeV}\right)^2 \sim 10^{-18}$$

این تیپ محاسبات سرانگشتی از ضروریات کار تحقیقی هستند.

شما وقت کافی برای محاسبه‌ی دقیق همه اثرها نخواهید داشت

باید بتوانید با این گونه برآوردها اهمیت یا بی‌اهمیتی اثرات گوناگون را برآورد نمایید. اگر برآورد شما نشان داد که اثر با اهمیت است آن‌گاه بسته به مورد محاسبه‌ی دقیق‌تر انجام می‌دهید.

فرض کنید [illegible] اثر A [illegible] 1 [illegible] B [illegible]

فرض کنید فرآیندها نشان می‌دهند که اثر A خیلی بزرگ‌تر از اثر B است

محاسبه B با دقت بسیار و فراموش کردن A قابل توجیه نیست.

عدد باریونی

عدد باریونی کلیه‌ی کوارک‌ها $= \frac{1}{3}$

" " " پادکوارک‌ها $= -\frac{1}{3}$

" " p $(uud) = 1$

" " n $(ddu) = 1$

عدد باریونی مزون‌ها $(q\bar{q}) = 0$

عدد باریونی $\bar{p}$ $= -1$

" " $\bar{n}$ $= -1$

عدد باریونی (B) در چارچوب مدل استاندارد در حد کلاسیک بقا دارد.

$\cancel{p^+ \to e^+ \nu_e}$

$\cancel{p^+ \to e^+ \gamma}$

$\cancel{p^+ \to \pi^+ \gamma}$

جمع‌بندی:

در چارچوب مدل استاندارد قدیم در حد کلاسیک L_e، L_μ،

L_τ و B کمیّتی پایسته هستند $U_\tau(1) \times U_\mu(1) \times U_e(1) U_B(1)$

جملات جرم نوترینوها که باید به مدل استاندارد قدیم اضافه شود

L_e، L_μ و L_τ را می‌شکند اما می‌دانیم

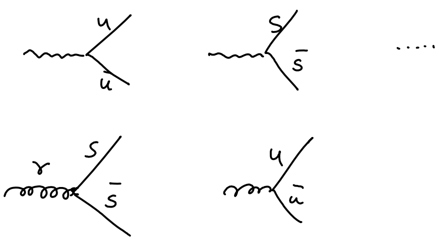
$$L \equiv L_e + L_\mu + L_\tau$$

را پایسته نگاه می‌دارد یا خیر.

بقای طعم کوارکی

e ν_e	u d
μ ν_μ	c s
τ ν_τ	t b

برهمکنش قوی و الکترومغناطیس طعم‌های کوارک را با هم مخلوط نمی‌کنند



درغیاب برهمکنش ضعیف می‌توانیم تقارن $U(1)^6$ طعم معرفی کنیم

$$U_u(1) \times U_d(1) \times U_s(1) \times U_c(1) \times \dots \times U_t(1)$$

اگر چنین تقارنی برقرار باشد کدام یک از فرآیندهای زیر مجاز و کدام غیرمجاز هستند

$s + \bar{s} \longrightarrow d\bar{d}$ $\qquad$ $s + \nu_e \longrightarrow \nu_e + s$

$$\underset{(ddu)}{n} \longrightarrow \underset{(uud)}{p}\ e\ \bar{\nu}_e$$

جواب: همه‌ی این فرآیندها مجاز هستند به‌جز $n \to p\, e\, \bar{\nu}_e$

به خاطر دارید عمر متوسط n چقدر است؟

$\tau_n \sim 800$ sec

$\Gamma_{\underset{(udd)}{\Delta^0}} \sim 120$ MeV $\longrightarrow \tau_{\Delta^0} \sim 10^{-23}$ sec

$I(J^P) = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}^+\right)$

واپاشی نترون از طریق برهمکنش ضعیف انجام می‌گیرد که تقارن $U(1)^6$ بالا را ندارد.

حال واپاشی π^+ و π^0 را در نظر بگیرید:

π^0 $\quad m = 135$ MeV $\quad (\pi^0 \to \gamma\gamma)$

$\tau_{\pi^0} = (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17}$ sec

π^+ $\quad m = 139$ MeV

$\tau_{\pi^+} = 2.6 \times 10^{-8}$ sec $\qquad \pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

نکته در اینجاست که واپاشی π^0 از طریق برهمکنش الکترومغناطیسی است ولی واپاشی π^+ از طریق برهمکنش ضعیف می‌باشد.

با دیدگاه مدرن

$\pi^+ : u\bar{d}$

$\pi^0 : \frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$

$\pi^- : d\bar{u}$

آیا برهمکنش زیر می‌تواند صورت گیرد؟

$$p + p \longrightarrow p + p + \pi^0$$

یا مثلاً

$$p+p \longrightarrow p+p\,\pi^+\pi^- \qquad p+p \to \pi^+\pi^-\pi^0$$

آیا فرآیندهای بالا از طریق برهمکنش قوی و الکترومغناطیس می‌توانند
انجام گیرد؟ فرآیند زیر چه طور؟

$$p+p \to p\,\pi^+$$

یادآوری :

$$K^+ : u\bar{s} \qquad K^0 = d\bar{s} \qquad K_L = \frac{K^0+\bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

$$K^- : \bar{u}s \qquad \bar{K}^0 = \bar{d}s \qquad K_S = \frac{K^0-\bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

آیا برهمکنش زیر مجاز است ؟

$$p+p \longrightarrow p+p+K_L$$

این یکی چی ؟

$$p+p \to p\,p\,K^+K^-$$

$$K^+ \qquad m_{K^+} \simeq 500\ \text{MeV} \qquad \tau_{K^+} \simeq 10^{-8}\ \text{sec}$$

$$K_L^0 \qquad m_K \simeq 500\ \text{MeV} \qquad \tau_{K_S} \simeq 10^{-10}\ \text{sec}$$

$$\tau_{K_L} \simeq 5\times 10^{-8}\ \text{sec}$$

$$\Gamma_{\pi^+\to\mu^+\nu_\mu} = \frac{G_F^2}{4\pi} F_\pi^2\, m_\mu^2\, m_\pi \left(1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 |V_{ud}|^2$$

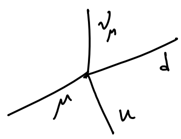
$$\Gamma_{K^+\to\mu^+\nu_\mu} = \frac{G_F^2}{4\pi} F_K^2\, m_\mu^2\, m_K \left(1-\frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2 |V_{us}|^2$$

Lattice QCD : $\frac{F_K}{F_\pi} = 1.198 \pm 0.003^{+0.016}_{-0.005}$

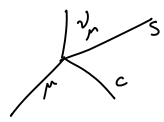
PDG

$$|V_{us}| \simeq \sin\theta_c = 0.22$$

Cabbibo angle

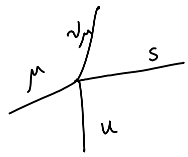


$\cos\theta_c\, G_F$



$\underbrace{\cos\theta_c\, G_F}$

$E > m_c$ انرژی بالا



$\sin\theta_c \, G_F$

در حدّ $\sin\theta_c \to 0$ ، شگفتی هم در انرژی های پایین بقا دارد.

مرور بسیار بسیار مینیمالیستی بر نظریه‌ی گروه

$U(N) \qquad V_{n\times n} \qquad VV^{\dagger}=1$

$SU(N) \qquad VV^{\dagger}=1 \qquad \mathrm{Det}[V]=1$

نمایش = representation

Representation means a homomorphism from the group to the automorphism group of an object.

Group Theory for unified model building

ما که نمی‌خواهیم GUT کار کنیم یا flavor symmetry ها ور بریم یا mathematical physics کار کنیم ...

ما همین $U(1)$، $SU(2)$ و $SU(3)$ و چندتا نمایش ساده‌شان کارمون راه می‌افته، اما باید این دو سه تا را خوب بلد باشیم.

$U(1) \qquad e^{i\alpha}$ — آبلی

$SU(2)\,,\ SU(3)$ — غیرآبلی

$SU(2)$

مولدهای گروه

$$U_{2\times 2} = e^{i\,\sigma_i \cdot \hat{x}_i\,\theta} \qquad \leftarrow$$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$\sigma_i^2 = 1$ $\quad \hat{x}_i \leftarrow$ بردار یکه‌ی سه‌تایی

$U_{2\times2} = \cos\theta + i\sin\theta\, \sigma\cdot\hat{x}$

جبر گروه

$\underbrace{[\sigma_i, \sigma_j] = i f_{ijk}\,\sigma_k}$

ثابت ساختارها

در این مورد

$f_{ijk} = 2\varepsilon_{ijk}$

$[\sigma_1, \sigma_2] = 2i\sigma_3 \quad \ldots\ldots$

$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$

$e^{i\vec{\sigma}\cdot\vec{\gamma}}$

$\sigma_1\gamma_1 + \sigma_2\gamma_2 + \sigma_3\gamma_3 = \sigma_+(\gamma_1+\gamma_2) + (\gamma_1-\gamma_2)\sigma_- + \sigma_3\gamma_3$

$\sigma_+ = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}$ $\quad \sigma_- = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$

$\sigma_+, \sigma_-, \sigma_3 \longrightarrow$ مولدهای گروه

نمایش اصلی

$\psi = \begin{pmatrix} - \\ - \end{pmatrix} \xrightarrow{SU(2)\ \text{تبدیل}} U\psi$

$\psi^\dagger\psi$ چه گونه تبدیل می‌شود؟

جواب :

$\psi^\dagger \xrightarrow{SU(2)\ \text{تبدیل}} \psi^\dagger U^\dagger$

$\underbrace{\psi^\dagger\psi \longrightarrow \psi^\dagger\psi}_{\text{ناوردا است.}}$

آیا $\psi^T\psi$ هم ناورداست؟

$\psi^T\psi \longrightarrow \psi^T U^T U\psi$ $\quad$ جواب : خیر !

و $U^T U \neq 1$

آیا $\psi^\dagger\sigma_1\psi$ هم ناوردا است؟ جواب خیر

" $\psi^T\sigma_1\psi$ " " " ؟ جواب خیر

این ترکیب چی : $\psi^T\sigma_2\psi$ ؟

$\psi \to U\psi$ $\qquad \chi = i\sigma_2\psi^*$

$\chi \to U\chi$

درنتیجه $\psi^T \sigma_2 \psi$ نیز ناوردا است.

دقت کنید فرق σ_2 با σ_1 و σ_3 در آن است که σ_2 پادمتقارن است ولی σ_1 و σ_3 متقارن هستند.

آیا می‌دانید $SU(2)$ کجاها در فیزیک ذرات ظاهر می‌شود؟!

$U(1)\times SU(2)\times SU(3)$

isospin $SU(2)$

در اتم $[J_x, J_y] = iJ_z$

اسپینور $J_x = \frac{\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}}{2}$ $\quad J_i = \frac{\sigma_i}{2}$

جمع اسپین‌ها $l+l' \ldots |l-l'|$

اسپین $\frac{1}{2}$ $\quad |\uparrow\rangle \quad |\downarrow\rangle$

$$|0\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \qquad (J_i^{(1)}+J_i^{(2)})|0\rangle = 0$$

اسپین 1

$$\begin{cases} |\uparrow\uparrow\rangle = |1,1\rangle \\ \frac{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} = |1,0\rangle \\ |\downarrow\downarrow\rangle = |1,-1\rangle \end{cases}$$

همین جمع اسپین برای رفتن به نمایش‌های بالاتر را در مورد گروه‌های $SU(2)$ دیگر هم می‌توان اعمال کرد.

یک گروه $SU(2)$ کلی را در نظر بگیرید که دو دوتایی $\psi = \binom{A}{B}$ و $\psi' = \binom{A'}{B'}$ دو نمایش‌های اصلی آن هستند:

$$\psi \to \overset{SU(2)}{U}\psi \qquad \psi =$$

$$\psi' \to U'\psi'$$

برحسب ماتریس‌های پایه می‌توان نوشت

$$\psi = A|\uparrow\rangle + B|\downarrow\rangle$$

$$\psi' = A'|\uparrow\rangle + B'|\downarrow\rangle$$

و همانند جمع اسپین نمایش‌های بالاتر را به دست آورد.

حال پایه‌ی $\psi\otimes\psi'$ را در نظر بگیرید:

$$|\uparrow\uparrow\rangle,\ |\downarrow\uparrow\rangle,\ |\downarrow\downarrow\rangle,\ |\uparrow\downarrow\rangle$$

ماتریس زیر را تعریف می‌کنیم

$$\Sigma_i = 1\otimes\sigma_i + \sigma_i\otimes 1$$

Σها هم همان جبر را ارضا می‌کنند:

$$[\Sigma_i , \Sigma_j] = i\epsilon_{ijk} \Sigma_k$$

$$\Sigma^2 = \Sigma_1^2 + \Sigma_2^2 + \Sigma_3^2$$

$$\begin{cases} \Sigma^2 |0\rangle = 0 \\ \Sigma_3 |0\rangle = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma^2 |1, m\rangle = \ ??$$

$$\Sigma_z |1, m\rangle = \ ??$$

ایزو اسپین

QCD

جرم u و جرم d ؟؟

جرم π ؟

اگر از جرم‌های کوارک‌ها، برهمکنش‌های الکترومغناطیس و ضعیف صرف‌نظر کنیم تقارن $SU(2)$ خواهیم داشت که به آن ایزو اسپین می‌گویند که تحت آن

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \longrightarrow U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

ویژه حالت های هامیلتونی (یعنی همان هادرون‌ها) باید ویژه حالت ایزو اسپین هم باشند

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (uud) \\ (ddu) \end{matrix}$$

$m_p = ?$ $\qquad$ $m_n - m_p = ?$

$m_n = ?$

مزون ها $\quad q\bar{q}$

$m_{\pi^+} = ?$ $\qquad$ $m_{\pi^+} - m_{\pi^0} = ?$

$m_{\pi^0} = ?$

$u\bar{d}$ $\quad$ چرا منفی؟

$\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ $\quad$ حالت ایزواسپین ۱

$d\bar{u}$ $\quad$ $I^G(J^{PC}) = 1^G(1^{-c})$

* انرژی بستگی ناشی از برهمکنش الکترومغناطیسی را برای p ، n و π^- و π^0 تخمین بزنید. آیا می‌توانید اختلاف جرم‌ها را به این ترتیب توضیح دهید؟ (اندازه هادرون‌ها را از مقالات و ... پیدا کنید.)

du

* انرژی بستگی ناشی از برهمکنش الکترومغناطیسی را برای p ، n و π^+ و π^0 تخمین بزنید. آیا می‌توانید اختلاف جرم‌ها را به این ترتیب توضیح دهید؟ (اندازهٔ هدرون‌ها را از مقالات و ... پیدا کنید.)

$\eta \qquad \frac{u\bar{u}+d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ ایزواسپین $= 0$

بحث پاریته

پاریته‌ی ذاتی

میدان اسکالر

$$\varphi(\vec{x},t) \qquad \eta_\varphi\, \varphi(-\vec{x},t)$$

میدان برداری

$$(V_0, \vec{V}) \longrightarrow \eta_V (V_0, \vec{V})$$

برای بردار محوری یا pseudo vector $\eta_V = -1$.

میدان فرمیون

$$\psi \to \eta_\psi \gamma^0 \psi$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & \mathbb{1}_{2\times2} \\ \mathbb{1}_{2\times2} & 0_{2\times2} \end{bmatrix}$$

به این η ها پاریته‌ی ذاتی می‌گویند.

سیستم دو ذره ای را در نظر بگیرید که تکانه‌ی زاویه‌ای l دارند. پاریته‌ی کل آنها برابر است با $(-1)^l$ ضرب در حاصلضرب پاریته های ذاتی ذرات.

تا وقتی برهمکنش ضعیف وارد ماجرا نشود این حاصلضرب باید برای سمت چپ و راست هر فرآیند

$$A + B + \cdots \longrightarrow L + M + N + \cdots$$

برابر باشد.

حال چگونه پاریته‌ی ذاتی ذرات را تعیین کنیم.

(مرجع فصل ۳ واینبرگ)

دقت کنید که چون B ، L و Q بقا دارد، ما این آزادی را داریم که عملگر پاریته را به صورت زیر باز تعریف کنیم

$$P = P' e^{i(\alpha Q + \beta L + \gamma B)}$$

α، β و γ را طوری برمی‌گزینیم که e ، n و p

همگی پاریته‌ی $+$ داشته باشند. بعد از این انتخاب

آزادی نسبت دادن پاریته‌ی ذاتی از ما گرفته می‌شود.

پاریته ذاتی ذرات دیگر از آزمایش بدست می‌آید.

پاریته‌ی μ چیست؟ از کجا می‌دانید؟

پاریته‌ی e^+ چیست؟ 〃 〃 〃 ؟

حالت اتمی s

$D\,\pi^- \longrightarrow nn$

$P^2 = 1$

حالت اولیه $\quad l = 0,\quad S_{\pi^-} = 0,\quad S_D = 1$

حالت نهایی $\quad l = 1,\quad S = 1$

$l=1, \cancel{S=0}$ ، $l=0, \cancel{S=1}$ ، $l=2, \cancel{S=1}$

$$\eta_D\, \eta_{\pi^-} = -\eta_n^2$$

$$\eta_D = \eta_n^2 \Rightarrow \qquad \eta_{\pi^-} = -1$$

↓

pseudo scalar

من درست می‌گم یا واینبرگ؟ ص ۱۲۴، ص ۱۲۵ و ص ۱۲۶

واینبرگ جلد ۱ را بخوانید.

نمایش Adjoint و مولدها

$SU(N)$

$$U = e^{i \vec{X}_n \cdot \vec{J}_n}$$

یکانی

$\vec{J}_n \rightarrow$ هرمیتی

$$Det[U] = 1 \longrightarrow Tr[\vec{J}_n] = 0$$

تعداد مولدها ، $n^2 - 1$

تعداد مولدها مستقل از نمایش گروه است.

$SU(2)$: $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}$

$SU(3)$: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$SU(3) : \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{n}\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{bmatrix}$$

$$Tr[\lambda_8^2] = Tr[\lambda_i^2] \longrightarrow n$$

تقارن SU(3) رنگ

$g \quad b \quad r$

$q_{(i)}$

اندیس رنگ

$SU(3)$

$$q_i \longrightarrow (U_{3\times3})_{ij}\, q_j$$
$$\bar{q}_i \longrightarrow (U^{\dagger}_{3\times3})_{ij}\, \bar{q}_j$$

$(\bar{q})_i\, q_j\, \delta_{ij} \longleftarrow$ ناوردا Singlet

$$\varepsilon_{ijk}\, U_{ii'}\, U_{jj'}\, U_{kk'} = ?$$

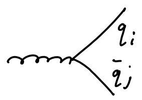
جواب : $\varepsilon_{i'j'k'}$

نتیجه

$\varepsilon_{ijk}\, q_i q_j q_k \leftarrow$ ناوردا

$\bar{q}_i q_i \leftarrow$ مزون

$\varepsilon_{ijk}\, q_i q_j q_k \leftarrow$ باریون



$(\lambda^n)_{ij}\, q_i \bar{q}_j \leftarrow$ 8 تایی

کوارک های ظرفیت تک‌تایی به وجود می‌آورند اما کوارک های دریا
هشت تایی.

$$3\times\bar{3} = 8 \oplus 1$$

$$3 \times 3 \supseteq 3^* \oplus 6$$

برای همین گلوون به شکل qq نداریم

$\dot{g}\dot{g}\dot{g} \quad qqq\bar{q}$ پنتاکوارک

$\dot{g}\dot{g}\dot{g} \quad q\bar{q}q\bar{q}$ تتراکوارک

$\dot{g}\dot{g}\dot{g}$ glueball

Adjoint نمایش

$$[J_i , J_j] = i f_{ijk} J_k \qquad i \in \{1, \dots , n^2-1\}$$

$$(A_j)_{ik} = f_{ik}$$

$$[A_i , A_j] = i f_{ijk} A_k$$

$\downarrow$

$(n^2-1)\times(n^2-1)$ نمایش

$$A_k \quad \left[\begin{array}{c} - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array}\right]\Big\} \, n^2-1$$

مثلاً درمورد $SU(2)$ نمایش سه تایی می‌شه که به آن

نمایش triplet می‌گویند

کلک می‌زنیم و آن ماتریس ستونی (n^2-1) تایی را به صورت

یک ماتریس هرمیتی بدون رد نمایش می‌دهیم $(n\times n)$

$$Y_i \; J_i$$

درمورد $SU(2)$

$$Z = \begin{bmatrix} A & B \\ B^* & -A \end{bmatrix}$$

$$Z \xrightarrow{\text{تحت } SU(2)} U Z U^+$$

$$Tr[Z_1 Z_2] \longrightarrow \text{ناوردا}$$

$\psi_1 , \psi_2 \rightarrow$ نمایش دوتایی

$$\psi_2^+ \, Z \, \psi_1 \longrightarrow \text{ناوردا}$$

اگر بتوانیم از جرم ها صرف‌نظر بکنیم و برهمکنش الکترومغناطیسی

را هم کنار بگذاریم تقارن $SU(3)$ طعم خواهیم داشت

$$U\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

البته این تقارن باجرم s شکسته است و تقارن خوبی نیست.

با این همه برای طبقه بندی هادرون‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

چگونه فهمیدند کوارک‌ها سه رنگ هستند

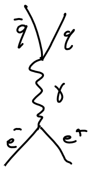
داستان Δ^{++}

$$|\Delta^{++}, J_3 = \tfrac{3}{2}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$$

$\cancel{L=0} \longleftrightarrow$ magnetic moment

گرینبرگ در سال ۱۹۶٤ رنگ را پیشنهاد کرد

$$\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} N_c \sum_{i=1}^{N_f} Q_f^2$$



$N_c = 3$

$$\frac{Br(W^+ \to e^+ \nu_e)}{Br(W^+ \to u\bar{d})} \simeq 3$$

آشنایی بیشتر با هادرون‌ها

$\pi^+ \ \pi^- \ \pi^0$ $\quad m \simeq 130$ MeV $\quad I^G(J^P) = 1^G(0^-)$

$K^+ \ K^-$ $\quad m \simeq 500$ MeV

$K_L \ K_S$ $\quad S \neq 0$ $\quad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$\rho^0 \ \rho^\pm$ $\quad I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$

Full width $\quad \Gamma = 149$ MeV

$\rho \longrightarrow \pi\pi$

* در هر کنشی که منجر به واپاشی ρ به $\pi\pi$ می‌شود از جنس ضعیف است یا قوی و یا الکترومغناطیس؟

* بافرض این که ایزواسپین در این واپاشی بقا دارد تعیین کنید ρ^0 و ρ^+ ترکیبی از π^+ ، π^- و π^0 وای باشند

(جواب در مورد ρ^+) $\rho^+ \Rightarrow \frac{|\pi^+\pi^0\rangle - |\pi^0\pi^+\rangle}{\sqrt{2}}$

آیا می توان با مشاهده تشخیص داد که ترکیب این گونه است

نه $\frac{|\pi^+\pi^0\rangle + |\pi^0\pi^+\rangle}{\sqrt{2}}$ ؟

حدس من : طول همدوسی

$$\frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_{\pi^+} - m_{\pi^0}} \sim 10^{-22}\ sec$$

غیرنسبیتی ←

$$c \times \frac{1}{\Delta E} \sim 10^{-14}\ m$$

$\eta \qquad m = 547 \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$\eta' \qquad m = 957 \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

باریون ها

p, n

$\Sigma^0 \quad \Sigma^{\pm}$

$\Sigma^+ = uus \qquad \underbrace{\Sigma^0 = uds}_{|uds + dus\rangle} \qquad \Sigma^- = dds$

$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$

$m_{\Sigma^+} = 1189\ MeV \qquad \tau = 8 \times 10^{-11}\ sec$

$m_{\Sigma^0} = 1192\ MeV \qquad \tau = 7 \times 10^{-20}\ sec$

$\Sigma^0 \to \Lambda \gamma$

$\Lambda^0 \quad uds \qquad I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

$|uds\rangle - |dus\rangle$

$\Xi^- \quad dss \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

$\Xi^0 = uss$

مزون های سنگین تر

$J/\psi \qquad c\bar{c} \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{--})$

$\eta_c \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$D^{\pm} \qquad D^+ = c\bar{d}$

$D^0 \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-) \qquad D^0 = c\bar{u}$

$\eta_c \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$D^\pm$
D^0
$\bar{D}^0$

$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$D^+ = c\bar{d}$
$D^0 = c\bar{u}$
$\bar{D}^0 = \bar{c}u$
$D^- = \bar{c}d$

$D_s^+ = c\bar{s}$
$D_s^- = \bar{c}s \qquad I(J^P) = 0(0^-)$

$\Upsilon \qquad b\bar{b}$

در PDG ← (عدد ـ) ذره

جرم برحسب MeV

$B^+ = u\bar{b} \qquad B^0 = d\bar{b} \qquad \bar{B}^0 = \bar{d}b \qquad B^- = \bar{u}b$

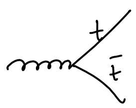
$B_s = s\bar{b} \qquad \bar{B}_s^0 = \bar{s}b$
$B_c^+ = c\bar{b} \qquad B_c^- = \bar{c}b$

B – factory
B – physics

باریون های حاوی کوارک های سنگین (طعم) داریم.

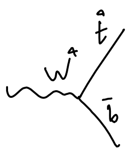
t – quark

$t \to Wq$



Tevatron

Single top production



کوارک گلوئون پلاسما

RHIC Au

LHC Pb