

معادله‌ی حرکت

$$L(\varphi_i, \partial_\mu \varphi_i)$$

چگالی لاگرانژی

معادله حرکت  $\int d^4x \delta L = 0$

وردش  $\varphi \rightarrow \varphi + \delta\varphi$

$$\partial_\mu \varphi \rightarrow \partial_\mu \varphi + \partial_\mu \delta\varphi$$

دقت کنید در  $\delta$  شلید با هم جایجا بشوند.

$$\int d^4x \left( \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} \delta\varphi_i + \underbrace{\frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \partial_\mu \delta\varphi_i}_{-\partial_\mu \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \delta\varphi_i} \right)$$

$$= \int d^4x \left( \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \right) \delta\varphi_i = 0$$

می‌خواهیم به ازای هر وردش دلخواه  $\delta\varphi_i$  این شرط برقرار باشه

دجالت کلی  $\delta\varphi_i$  می‌تواند بگلی دلخواه فضا-زمان داشته باشه:

معادله‌ی حرکت:  $\frac{\partial L}{\partial \varphi_i} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial \partial_\mu \varphi_i} = 0$

ساده‌ترین حالت: میدان اسکالر حقیقی  $\varphi$  با لاگرانژی زیر

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{m^2}{2} \varphi^2$$

$$(-m^2 + \partial_\mu \partial^\mu) \varphi = 0 \quad E^2 = |\vec{P}|^2 + m^2$$

شرط برلاک بودن

اگر  $\varphi$  حلقه باشد، چپ؟

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + i \varphi_2}{\sqrt{2}}$$

یک روش دیگر:  $\varphi$  و  $\varphi^\dagger$  را مستقل بگیریم.

در این باره فکر کنید، ظاهراً در  $\varphi$  و  $\varphi^\dagger$  مستقل نیستند

$$(\delta \varphi^\dagger)^\dagger \neq \delta \varphi$$

به این نکته وقتی معادله حرکت میدان اسپنوری را از معادله دیفرانسیل استخراج می‌کنید نیاز خواهید داشت.

چندین میدان مخلوط

$$\mathcal{L} = \sum_i \left[ (\partial_\mu \varphi_i)^\dagger \partial^\mu \varphi_i - m_i^2 \varphi_i^\dagger \varphi_i \right]$$

دقت کنید که اینجا ضرب  $\frac{1}{i}$  را نلذاست.

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi_i - m_i^2 \varphi_i = 0$$

تغییرات تحت تبدیل پیوسته و جریان نوتر

تبدیلی بهای

$$\varphi_i \xrightarrow[\text{تغییر}]{\text{تبدیلی}} \varphi_i + \alpha \delta \varphi_i \quad T(0) = \mathbb{1} \quad T(\alpha)$$

$$\varphi_i^+ \longrightarrow \varphi_i^+ + \alpha (\delta \varphi_i)^+$$

$$\int d^4x \mathcal{L} \quad \text{خارجا}$$

$$\mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L} + \alpha \partial_\mu K^\mu$$

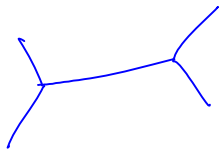
$$\mathcal{L}(\varphi_i, \partial_\mu \varphi_i) \longrightarrow \mathcal{L} + \alpha \left( \sum_i \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} \delta \varphi_i \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \partial_\mu \delta \varphi_i \right) = \mathcal{L} + \alpha \partial_\mu K^\mu$$

$$\partial_\mu \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \delta \varphi_i \right] - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \delta \varphi_i$$

$$\sum_i \delta \varphi_i \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \right) + \partial_\mu \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \delta \varphi_i \right] = 0$$

$$= \partial_\mu K^\mu$$



بعد از استفاده از معادله حرکت

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

$$J^\mu \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi_i} \delta \varphi_i - K^\mu$$

جریان نوتر

$$\text{معادله پایستگی} \quad Q = \int d^3x \mathcal{J}^0$$

معادله پایستگی  $Q = \int_V \vec{J} \cdot d^3x$

جریان  $\vec{J} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}$

استدلال پیری نابیناست

$$\frac{dQ}{dt} = 0$$

$\varphi_1, \dots, \varphi_n$

$$\varphi_i \rightarrow e^{i q_i \cdot x} \varphi_i$$

تغییر  $V(x)$  برای  $n$  ذره

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_i \rightarrow \varphi_i + i q_i \cdot x \varphi_i \\ \varphi_i^\dagger \rightarrow \varphi_i^\dagger - i q_i \cdot x \varphi_i^\dagger \end{array} \right.$$

$$\mathcal{L} = \sum_i (\varphi_i^\dagger)^\dagger \delta \varphi_i - V(\varphi_i)$$

$\mathcal{L} \xrightarrow{\text{تغییر تبدیل}} \mathcal{L}$

$$\delta \mathcal{L} = i \sum_i [(\delta \varphi_i^\dagger) \varphi_i - \varphi_i^\dagger \delta \varphi_i] q_i$$

## Quantization

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \rightarrow [Q, H] = 0$$

$$\varphi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}} \left( a_p e^{i p \cdot x} + \underbrace{a_p^\dagger e^{-i p \cdot x}}_{\text{دقت کنید}} \right)$$

$$\omega_p = \sqrt{|p|^2 + m^2}$$

$$a_p \neq a_p^c$$

$$\varphi^+ = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{a_p}{\sqrt{\omega_p}} e^{i p \cdot x}$$

$$\varphi^- = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{a_p^{c\dagger}}{\sqrt{\omega_p}} e^{-i p \cdot x}$$

$$\varphi = \frac{\varphi^+ + \varphi^-}{\sqrt{2}}$$

$$A_i = i \int d^3 x (\dot{\varphi}^+)^{\dagger} \varphi^+ = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} a_p^{\dagger} a_p$$

$$B_i = i \int d^3 x (\dot{\varphi}^-)^{\dagger} \varphi^- = - \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} a_p^{c\dagger} a_p^c$$

دمت نیب دگلت

$$q_i A_i | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle = \sum_{\substack{\uparrow \\ \text{ع رری ذره}}} q_i | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle$$

$$q_i B_i | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle = - \sum_{\substack{\uparrow \\ \text{ع رری باد ذره}}} q_i | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle$$

$$j^{\mu} = i \left\{ \left[ (\partial^{\mu} \varphi_i^{\dagger}) \varphi_i - \varphi_i^{\dagger} \partial^{\mu} \varphi_i \right] \right\} q_i$$

$$Q = \int d^3 x j^0$$

$$Q | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle = \left( \sum_{\substack{\uparrow \\ \text{ذره}}} q_i - \sum_{\substack{\uparrow \\ \text{باد ذره}}} q_j \right) | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle$$

$$[Q, H] = 0$$

$$\langle \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots |_{out} | \dots \varphi_i \dots \bar{\varphi}_j \dots \rangle_{in} =$$

\* نشان دهنده

نشان دهنده

$$j^i = \sum_i \left[ (\partial \Psi_i) \Phi_i - \Phi_i \partial \Psi_i \right] \Psi_i$$

\* نشان دهنده

$$Q = \int d^3x j^0$$

$$Q | \dots \Phi_i \dots \bar{\Phi}_j \dots \rangle = \left( \sum_{\text{ذره}} q_i - \sum_{\text{پاد ذره}} q_j \right) | \dots \Phi_i \dots \bar{\Phi}_j \dots \rangle$$

$$[Q, H] = 0$$

نشان دهنده

$$\langle \dots \Phi'_i \dots \bar{\Phi}'_j \dots | \dots \Phi_i \dots \bar{\Phi}_j \dots \rangle_{in} =$$

$$\langle \dots | e^{iHt} | \dots \rangle$$

$$[Q, H] = 0$$



بنای بار