۲۰۱۰/۰۹/۲۹
۰۶:۴۵ ب.ظ

از جلسه‌ی گذشته به خاطر دارید که ما بین نوع میدان برداری تمایز قایل شدیم:

$$\begin{cases} V^0 \xrightarrow{\text{پاریته}} V^0 \\ V^i \longrightarrow -V^i \end{cases}$$

$$\begin{cases} A^0 \xrightarrow{\text{پاریته}} -A^0 \\ A^i \longrightarrow A^i \end{cases}$$

همانند مورد اسکالرها، این دو نوع میدان برداری، شکل کلی میدان برداری نیستند. به عنوان مثال بردار $A^\mu - V^\mu$ یا $A^\mu + V^\mu$ تحت پاریته به هیچکدام از آن دو شکل تبدیل نمی‌شوند. چهار بردار انرژی-تکانه را در نظر بگیرید:

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\text{تحت پاریته}} (E, -\vec{p})$$

در نتیجه $p\cdot A \xrightarrow{\text{پاریته}} -p\cdot A$ و $p\cdot V \xrightarrow{\text{پاریته}} p\cdot V$

علت آن که دو نوع میدان برداری V^μ و A^μ که تحت تقارن پاریته به شکل خاصی که در بالا به آن اشاره شد رفتار می‌کنند برای ما جالب هستند آن است که می‌توانیم با به کارگیری آنها اسکالر یا شبه اسکالر (pseudoscalar) هایی مانند $A\cdot p$ یا $V\cdot p$ بسازیم.

فرق کوارک والانس با کوارک دریا

کوارک والانس = کوارک ظرفیت = valence quark

کوارک دریا = sea quark

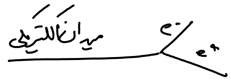
همان طوری که در جلسه‌ی گذشته گفتم کوارک‌های والانس، کوارک‌هایی هستند که اعداد کوانتومی هادرون را مشخص می‌کنند. در بین اعداد کوانتومی، تا اینجا تنها در مورد بار الکتریکی صحبت کرده‌ایم (مثلاً در مورد نترون با کوارک‌های والانس ddu یا پروتون با کوارک‌های والانس uud دیدیم جمع بارهای کوارک‌ها برابر بار کل هادرون است.) در آینده که با اعداد کوانتومی بیشتری آشنا خواهیم شد، این موضوع برای شما بهتر جا می‌افتد.

همان طور که گفته شد در داخل هادرون‌ها دریایی از کوارک‌ها و آنتی کوارک هم وجود دارند.

هادرون

آیا با پدیده‌ی Schwinger

یا واپاشی خلاء آشنا هستید؟



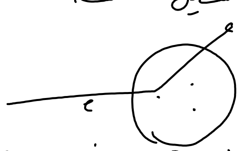
به وجود کوارک‌های دریا نیز پدیده‌ای مشابه است (البته باز هم پیچیده‌تر)

گاهی گفته می‌شود کوارک‌های دریا ذرات virtual هستند.

نباید این گونه برداشت شود که فرق کوارک‌های دریا و ظرفیت در on-shell یا off-shell بودن است.

شاید مرور سیر تاریخی شکل‌گیری مفهوم کوارک در بین فیزیکدانان به فهم مسأله کمک کند. در سال ۱۹۶٤ Gell-mann از یک سو و Zweig از سوی دیگر مفهوم کوارک‌ها را پیشنهاد کردند. در واقع فیزیکدانان آن دوره خواص هادرون‌ها را بابت دادن یک سری اعداد کوانتومی طبقه‌بندی کرده بودند. گلمان با مدل معروف راه هشتگانه خود این طبقه‌بندی را شکیل‌تر کرد. بعد برای توضیح این فرمول‌بندی هشت‌تایی مفهوم کوارک‌ها را ارائه داد. در آن زمان ساختار پروتون در هاله‌ای از ابهام بود و وجود ذراتی به نام کوارک در داخل پروتون بعید می‌نمود. در واقع فیزیکدانان کوارک‌ها را یک نوع ابزار برای دسته‌بندی هادرون‌ها فرض می‌کردند نه یک سری ذرات بنیادی واقعی.

در سال ۱۹۶۸، در اسلک با تاباندن باریکه‌ی الکترون بر پروتون معلوم شد که پروتون خود از اجزای سازنده تشکیل شده است:



این کشف به کشف رادرفورد شباهت دارد.

با توجه به این که برخی از این پراکندگی‌ها مقدار بیش از انتظار بین پروتون و الکترون انرژی رد و بدل می‌شد (اصطلاحاً گفته می‌شود پراکندگی سخت بود.)، به این نتیجه رسیدند که داخل پروتون هم اجزای تشکیل دهنده وجود دارد. فاینمن نام آنها را پارتون نهاد. مدتی طول کشید که جامعه فیزیک هضم کرد که پارتون فاینمن و کوارک گلمان یکی هستند: شاید درست‌تر باشد بگوییم کوارک‌هایی که مورد نظر گلمان بودند همان کوارک‌های ظرفیت بودند اما پارتون هم شامل کوارک ظرفیت

و هم شامل کوارک دریایی شود.

وقتی ذره‌ای با پروتون برهمکنش می‌کند فرقی بین کوارک‌های دریا و ظرفیت نمی‌گذارد

تنها اعداد کوانتومی کوارک نظیر بار الکتریکی یا ضریب جفتیدگی ضعیف

آن مهم هستند.

با مطالعه پراکندگی الکترون، میون، نوترینو و آنتی نوترینو می‌توان

توزیع کوارک‌ها و آنتی کوارک را درداخل پروتون به دست آورد.

این اندازه‌گیری‌ها نیز تأیید می‌کنند که

۲ = تعداد $\bar{u}$ − تعداد u

۱ = تعداد $\bar{d}$ − تعداد d

دقت کنید که چنین اندازه‌گیری‌ای در مورد همه‌ی هادرون‌ها نشده. تا جایی که من اطلاع دارم این اندازه‌گیری تنها در مورد پروتون انجام گرفته است و به طور غیرمستقیم نوترون (یعنی نوترون‌های موجود در هسته‌ی دوتریم و هسته‌ی سنگین‌تر.)

تقارن‌های مدل استاندارد

همان‌گونه که احتمالاً شنیده‌اید مدل استاندارد بر پایه‌ی تقارن پیمانه‌ای $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ بنا نهاده شده است. علاوه بر این تقارن، مدل استاندارد ذرات بنیادی تقارن‌های دیگری هم دارد که در اینجا به برخی از آنها می‌پردازیم.

طعم لپتونی

واپاشی $\mu \to e\nu\bar{\nu}$ از سال ۱۹۴۹ شناخته شده بود.

با این حال واپاشی $\mu \to e\gamma$ مشاهده نشد!

مقالات واینبرگ و فاینبرگ را ببینید

نتیجه ν_μ غیر از ν_e است

$$\mu \to \nu_\mu \bar{\nu}_e e$$

برهمکنش‌ها طعم لپتونی را حفظ می‌کنند

طعم لپتونی L_e ، L_μ ، L_τ

L_e:

$$e \to e^{i\alpha} e \qquad \nu_e \to e^{i\alpha}\nu_e \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{e} \to e^{-i\alpha}\bar{e} \qquad \bar{\nu}_e \to e^{-i\alpha}\bar{\nu}_e$$

L_μ:

$$\mu \to e^{i\beta}\mu \qquad \nu_\mu \to e^{i\beta}\nu_\mu \qquad \Longleftrightarrow \qquad \bar\mu \to e^{-i\beta}\bar\mu \qquad \bar\nu_\mu \to e^{-i\beta}\bar\nu_\mu$$

L_τ

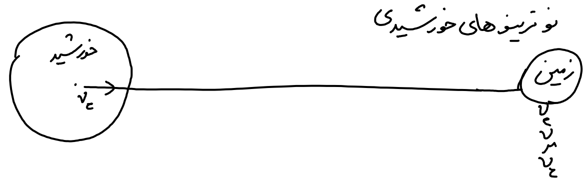
$$\tau \to e^{i\gamma}\tau \qquad \nu_\tau \to e^{i\gamma}\nu_\tau \qquad \Longleftrightarrow \qquad \bar\tau \to e^{-i\gamma}\bar\tau \qquad \bar\nu_\tau \to e^{-i\gamma}\bar\nu_\tau$$

مدل استاندارد "قدیم" تحت تک تک این تقارن‌ها ناوردا است.

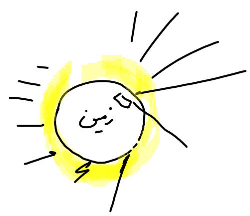
به عبارت دیگر تقارن $U(1)\times U(1)\times U(1)$ دارد.

اما امروزه می‌دانیم طعم لپتونی در طبیعت و به علت پدیده‌ای موسوم به نوسان نوترینو بقا ندارد.

نوترینوهای خورشیدی



نوترینوهای جوی



پرتو کیهانی + هسته‌ای جو $\to \pi^+, \pi^-, \pi^0$

$$\begin{cases} \pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu \\ \mu^+ \to e^+ \nu_e \bar\nu_\mu \\ \pi^- \to \mu^- \bar\nu_\mu \\ \mu^- \to e^- \bar\nu_e \nu_\mu \end{cases}$$

$$\frac{\#\ \nu_\mu + \bar\nu_\mu}{\#\ \nu_e} = 2$$

این پیش‌بینی برای نوترینوهایی که از بالا به آشکارسازی رسند درست است

اما مشاهده نشان می‌دهد که این نسبت در مورد نوترینوهایی که از پایین و پس از گذر از زمین به آشکارسازی رسند درست نیست.

این پدیده با جذب نوترینوها نمی‌تواند توضیح داده شود. توضیح درست آن است که بخشی از ν_μ در حین گذر از زمین و در مسیر به ν_τ تبدیل شده است.

از سال ۱۹۹۸ انحراف مشاهده از پیش‌بینی مدل استاندارد قدیم (بقای طعم لپتونی) مسجل شده است. از سال ۲۰۰۶ ν_τ

(بقای طعم لپتونی) مسجل شده است . از سال ۲۰۰۶ ν_τ آشکار شده اند ($\nu_\tau + N \to \tau + jet$). در نتیجه شکی در درستی توضیح $\nu_\mu \to \nu_\tau$ باقی نمانده .

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM}^{\text{قدیم}} + \mathcal{L}_m$$

تصحیح کوچک

جرم نوترینوها

$\mathcal{L}_m$ ، L_e ، L_μ ، L_τ را نقض می‌کند . اما نمی‌دانیم آیا $L_e + L_\mu + L_\tau$ پایسته است یا خیر!

اگر $\boxed{L_e + L_\mu + L_\tau \equiv \text{عدد لپتونی}}$ پایسته باشد ، می‌توان گفت $\mathcal{L}_m$ تقارن طعم $U_\tau(1) \times U_\mu(1) \times U_e(1)$ را به $U_{L_e+L_\mu+L_\tau}(1)$ می‌شکند.

از جلسه ی گذشته واپاشی های دو تا را به یاد آورید

بقای عدد لپتونی $\leftarrow$ $N \longrightarrow N' + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e$

نقض عدد لپتونی $N \to N' + e^- + e^-$

با فرض بقای L_e، L_μ، L_τ کلاسیک از فرآیندهای زیر مجاز و کدام غیر مجاز است :

$\pi^- \to \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $\pi^- \to e^- \bar{\nu}_\mu$

$\mu^- + K^+ \to \nu_e e^+ \nu_\mu \tau^-$ $\pi^- \to e^- \nu_e$

$\mu^- + K^+ \to \nu_e e^+ \nu_\mu$

$\mu^- \to e \gamma$ $\mu^- + N \to e^- N'$

$\mu^- \to e^- e^+ e^-$ $\mu^- \to e \gamma \gamma$

کدام یک از فرآیندهای بالا عدد لپتونی را نقض می‌کنند؟

در چارچوب مدل استاندارد جدید (مدل استاندارد قدیم به اضافه جرم نوترینو) نسبت انشعاب $\pi^- \to \mu^- \nu_e$ را برآورد کنید .

جواب سرانگشتی من:

$$Br(\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu) \sim \left(\frac{m_\nu}{m_{\pi^-}}\right)^2 \sim \left(\frac{0.1\,eV}{139\,MeV}\right)^2 \sim 10^{-18}$$

این تیپ محاسبات سرانگشتی از ضروریات کار تحقیقی هستند.
شما وقت کافی برای محاسبه‌ی دقیق همه اثرها نخواهید داشت
باید بتوانید با این گونه برآوردها اهمیت یا بی‌اهمیتی اثرات گوناگون
را برآورد نمایید. اگر برآورد شما نشان داد که اثر با اهمیت است آن گاه،
بسته به مورد محاسبه‌ی دقیق‌تر انجام می‌دهید.
فرض کنید برآوردها نشان می‌دهند که اثر A خیلی بزرگ‌تر از اثر B است
محاسبه B با دقت بسیار و فراموش کردن A قابل توجیه نیست.

عدد باریونی

عدد باریونی کلیه‌ی کوارک‌ها $= \frac{1}{3}$

" " " پادکوارک‌ها $= -\frac{1}{3}$

" " p $(uud) = 1$

" " n $(ddu) = 1$

عدد باریونی مزون‌ها $(q\bar{q}) = 0$

عدد باریونی $\bar{p}$ $= -1$

" " $\bar{n}$ $= -1$

عدد باریونی (B) در چارچوب مدل استاندارد در حد کلاسیک بقا دارد.

$p^+ \cancel{\to e^+ \nu_e}$

$p^+ \cancel{\to e^+ \gamma}$

$p^+ \cancel{\to \pi^+ \gamma}$

جمع‌بندی:

در چارچوب مدل استاندارد قدیم در حد کلاسیک L_e، L_μ، L_τ،
L_τ و B کمیت‌های پایسته هستند $U_B(1) \times U_e(1) \times U_\mu(1) \times U_\tau(1)$

جملات جرمی نوترینوها که باید به مدل استاندارد قدیم اضافه شود
L_e، L_μ و L_τ را می‌شکنند اما نمی‌دانیم

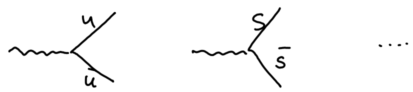
$$L \equiv L_e + L_\mu + L_\tau$$

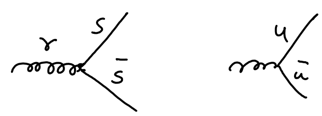
را پایسته نگاه می‌دارد یا خیر.

بقای طعم کوارکی

$e \; \nu_e$	$u \; d$
$\mu \; \nu_\mu$	$c \; s$
$\tau \; \nu_\tau$	$t \; b$

برهمکنش قوی و الکترومغناطیس طعم های کوارک را باهم مخلوط نمی‌کنند





درغیاب برهمکنش ضعیف می‌توانیم تقارن $U(1)^6$ طعم معرفی کنیم

$$U_u(1) \times U_d(1) \times U_s(1) \times U_c(1) \times \dots \times U_t(1)$$

اگر چنین تقارنی برقرار باشد کدام یک از فرآیندهای زیر مجاز و کدام غیر مجاز هستند

$s + \bar{s} \longrightarrow d\bar{d}$ $\qquad$ $s + \bar{\nu}_e \longrightarrow \nu_e + s$

$$\underset{(ddu)}{n} \longrightarrow \underset{(uud)}{p} \; e \; \bar{\nu}_e$$

جواب: همه‌ی این فرآیندها مجاز هستند بجز $n \rightarrow p \, e \, \bar{\nu}_e$

به خاطر دارید عمر متوسط n چقدر است؟

$$\tau_n \sim 800 \text{ sec}$$

$$\underset{(udd)}{\Gamma_{\Delta^0}} \sim 120 \text{ MeV} \longrightarrow \tau_{\Delta^0} \sim 10^{-23} \text{ sec}$$

$$I(J^P) = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}^+\right)$$

واپاشی نترون از طریق برهمکنش ضعیف انجام می‌گیرد که تقارن $U(1)^6$ بالا را ندارد.

حال واپاشی π^+ و π^0 را در نظر بگیرید:

π^0 $\qquad m = 135 \text{ MeV}$ $\qquad (\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$

$$\tau_{\pi^0} = (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17} \text{ sec}$$

$\pi^+ \quad m = 139\ MeV$

$\tau_{\pi^+} = 2.6 \times 10^{-8}\ sec \qquad \pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

نکته در اینجاست که واپاشی π^0 از طریق برهمکنش الکترومغناطیسی

است ولی واپاشی π^+ از طریق برهمکنش ضعیف می باشد.

با دیدگاه مدرن

$\pi^+ : u\bar{d}$

$\pi^0 : \dfrac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$

$\pi^- : d\bar{u}$

آیا برهمکنش زیر می‌تواند صورت گیرد؟

$p + p \longrightarrow p + p + \pi^0$

یا مثلاً

$p + p \longrightarrow p + p\,\pi^+\pi^- \qquad p + p \to \pi^+\pi^-\pi^0$

آیا فرایندهای بالا از طریق برهمکنش قوی و الکترومغناطیس می‌تواند

انجام گیرد؟ فرایند زیر چه طور؟

$p + p \to p\,\pi^+$

یادآوری:

$K^+ : u\bar{s} \qquad K^0 = d\bar{s}$

$K^- : \bar{u}s \qquad \bar{K}^0 = \bar{d}s$

$K_L = \dfrac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$

$K_S = \dfrac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$

آیا برهمکنش زیر مجاز است؟

$p + p \longrightarrow p + p + K_L$

این یکی چی؟

$p + p \to p\,p\,K^+K^-$

$K^+ \quad m_{K^+} \simeq 500\ MeV \quad \tau_{K^+} \simeq 10^{-8}\ sec$

$K_L^0 \quad m_K \simeq 500\ MeV \quad \tau_{K_S} \simeq 10^{-10}\ sec$

$\tau_{K_L} \simeq 5 \times 10^{-8}\ sec$

$$\Gamma_{\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu} = \frac{G_F^2}{4\pi} F_\pi^2 \, m_\mu^2 \, m_\pi \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 |V_{ud}|^2$$

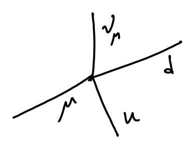
$$\Gamma_{K^+ \to \mu^+ \nu_\mu} = \frac{G_F^2}{4\pi} F_K^2 \, m_\mu^2 \, m_K \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2 |V_{us}|^2$$

Lattice QCD : $\frac{F_K}{F_\pi} = 1.198 \pm 0.003^{+0.016}_{-0.005}$

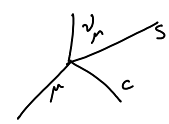
PDG

$|V_{us}| \simeq \sin\theta_c = 0.22$

↑ Cabbibo angle

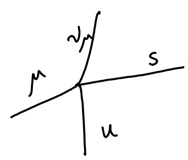


$\cos\theta_c \, G_F$



$\underbrace{\cos\theta_c \, G_F}$

$E > m_c$ انرژی بالا



$\sin\theta_c \, G_F$

در حدّ $\sin\theta_c \to 0$ ، شگفتی هم در انرژی های پایین

بقا دارد.

مرور بسیار بسیار مینیمالیستی بر نظریه‌ی گروه

$U(N)$ $\quad V_{n\times n} \quad VV^\dagger = 1$

$SU(N)$ $\quad VV^\dagger = 1 \quad \mathrm{Det}[V] = 1$

representation = نمایش

Representation means a homomorphism from the group to the automorphism group of an object.

Group Theory for unified

Group Theory for unified model building

ما که نمی‌خواهیم GUT کار کنیم یا flavor symmetry ها ور بریم یا mathematical physics کار کنیم...
ما همین $U(1)$، $SU(2)$ و $SU(3)$ و چندتا نمایش ساده‌شان کارمون راه می‌افته، اما باید این دو سه‌تا را خوب بلد باشیم.

$U(1)$ $\qquad e^{i\alpha}$ $\qquad$ آبلی

$SU(2)$, $SU(3)$ $\qquad$ غیرآبلی

$SU(2)$

مولدهای گروه

$$U_{2\times 2} = e^{i\sigma_i \cdot \hat{x}_i \theta} \leftarrow$$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$\sigma_i^2 = 1 \qquad \hat{x}_i \leftarrow$ بردار یکه‌ی سه‌تایی

$$U_{2\times 2} = \cos\theta + i\sin\theta \, \sigma\cdot\hat{x}$$

جبر گروه

$$[\sigma_i, \sigma_j] = i f_{ijk}\sigma_k$$

ثابت ساختارها

در این مورد

$$f_{ijk} = 2\varepsilon_{ijk}$$

$$[\sigma_1, \sigma_2] = 2i\sigma_3 \quad \ldots\ldots$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$$

$$e^{i\vec{\sigma}\cdot\vec{Y}}$$

$$\sigma_1 Y_1 + \sigma_2 Y_2 + \sigma_3 Y_3 = \sigma_+(Y_1+Y_2) + (Y_1-Y_2)\sigma_- + \sigma_3 Y_3$$

$$\sigma_+ = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} \quad \sigma_- = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$$

مولدهای گروه $\longrightarrow$ σ_1 ، σ_2 و σ_3

نمایش اصلی

$\psi = \begin{pmatrix} - \\ - \end{pmatrix} \xrightarrow{SU(2) \text{ تبدیل }} U\psi$

$\psi^\dagger\psi$ چه گونه تبدیل می‌شود؟

جواب :

$\psi^\dagger \xrightarrow{SU(2) \text{ تبدیل }} \psi^\dagger U^\dagger$

$\underbrace{\psi^\dagger\psi \longrightarrow \psi^\dagger\psi}_{\text{ناورداست .}}$

آیا $\psi^T\psi$ هم ناورداست؟

جواب : خیر ! $\psi^T\psi \longrightarrow \psi^T U^T U \psi$

و $U^T U \neq 1$

آیا $\psi^\dagger \sigma_1 \psi$ هم ناوردا است؟ جواب خیر

" $\psi^T \sigma_1 \psi$ " " " ؟ جواب خیر

این ترکیب چی : $\psi^T \sigma_2 \psi$ ؟

$\chi = i\sigma_2 \psi^*$ $\psi \rightarrow U\psi$

$\chi \rightarrow U\chi$

درنتیجه $\psi^T \sigma_2 \psi$ نیز ناورداست .

دقت کنید فرق σ_2 با σ_1 و σ_3 درآن است که σ_2

پادمتقارن است ولی σ_1 و σ_3 متقارن هستند .

آیا می‌دانید $SU(2)$ کجاها درفیزیک ذرات ظاهر می‌شود؟!

$U(1) \times SU(2) \times SU(3)$

isospin $SU(2)$

دوران $[J_x, J_y] = iJ_z$

اسپینور $J_x = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}{2}$ $J_i = \frac{\sigma_i}{2}$

جمع اسپین‌ها $l+l' \ldots \; |l-l'|$

اسپین $\frac{1}{2}$ $|\uparrow\rangle$ $|\downarrow\rangle$

$$|0\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \qquad (J_i^{(1)} + J_i^{(2)})|0\rangle = 0$$

اسپین ۱

$$\begin{cases} |\uparrow\uparrow\rangle & = |1,1\rangle \\ \frac{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} & = |1,0\rangle \\ |\downarrow\downarrow\rangle & = |1,-1\rangle \end{cases}$$

همین جمع اسپین برای رفتن به نمایش های بالاتر را درمورد گروه های $SU(2)$ دیگرهم می توان اعمال کرد.

یک گروه $SU(2)$ کلی را درنظر بگیرید که دو دوتایی $\psi = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$ و $\psi' = \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix}$ نمایش های اصلی آن هستند:

$$\psi \to \underset{SU(2)}{U}\psi \qquad \psi =$$

$$\psi' \to U'\psi'$$

برحسب ماتریس های پایه می توان نوشت

$$\psi = A|\uparrow\rangle + B|\downarrow\rangle$$

$$\psi' = A'|\uparrow\rangle + B'|\downarrow\rangle'$$

و همانند جمع اسپین نمایش های بالاتر را به دست آورد.

حال پایه ی $\psi \otimes \psi'$ را درنظر بگیرید:

$$|\uparrow\uparrow\rangle, \; |\downarrow\uparrow\rangle, \; |\downarrow\downarrow\rangle, \; |\uparrow\downarrow\rangle$$

ماتریس زیر را تعریف می کنیم

$$\Sigma_i = 1 \otimes \frac{\sigma_i}{2} + \frac{\sigma_i}{2} \otimes 1$$

Σ_i هم همان جبر را ارضا می کنند:

$$[\Sigma_i, \Sigma_j] = i\varepsilon_{ijk}\Sigma_k$$

$$\Sigma^2 = \Sigma_1^2 + \Sigma_2^2 + \Sigma_3^2$$

$$\begin{cases} \Sigma^2 |0\rangle = 0 \\ \Sigma_3 |0\rangle = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma^2 |1, m\rangle = \;??$$

$$\Sigma_z |1, m\rangle = \;??$$

ایزواسپین

QCD

جرم u و جرم d ؟؟

جرم π ؟

جرم π ؟

اگر از جرم های کوارکها، برهمکنش های الکترومغناطیس و ضعیف صرف نظر کنیم تقارن $SU(2)$ خواهیم داشت که به آن ایزواسپین می گویند که تحت آن

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \longrightarrow U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

ویژه حالت های هامیلتونی (یعنی همان هادرون ها) باید ویژه حالت ایزواسپین هم باشند

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} (uud) \\ (ddu) \end{matrix}$$

$m_p = ?$ $\qquad$ $m_n - m_p = ?$

$m_n = ?$

مزون ها $\quad q\bar{q}$

$m_{\pi^+} = ?$ $\qquad$ $m_{\pi^+} - m_{\pi^0} = ?$

$m_{\pi^0} = ?$

$u\bar{d}$

$\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ چرا منفی؟

$d\bar{u}$

حالت ایزواسپین 1

$I^G(J^{PC}) = 1^G(1^{-c})$

* انرژی بستگی ناشی از برهمکنش الکترومغناطیسی را برای p، n و π^- و π^0 تخمین بزنید. آیا می توانید اختلاف جرم ها را به این ترتیب توضیح دهید؟ (اندازه ی هادرون ها از مقالات و... پیدا کنید.)

$\eta \qquad \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ ایزواسپین = 0

بحث پاریته

پاریته ی ذاتی

میدان اسکالر

$\varphi(\vec{x},t) \xrightarrow{\text{پاریته}} \eta_\varphi\, \varphi(-\vec{x},t)$

میدان برداری

$$(V_0, \vec{V}) \xrightarrow{\text{پاریته}} \eta_V (V_0, -\vec{V})$$

برای بردار محوری یا pseudo vector $\eta_V = -1$.

میدان فرمیون

$$\psi \to \eta_f \gamma^0 \psi$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & \mathbb{1}_{2\times2} \\ \mathbb{1}_{2\times2} & 0_{2\times2} \end{bmatrix}$$

به این η ها پاریته ی ذاتی می گویند.

سیستم دو ذره ای را در نظر بگیرید که تکانه ی زاویه ای l دارند. پاریته ی کل آنها برابر است با $(-1)^l$ ضرب در حاصلضرب پاریته های ذاتی ذرات.

تا وقتی برهمکنش ضعیف وارد ماجرا نشود این حاصلضرب باید برای سمت چپ و راست هر فرایند

$$A + B + \cdots \longrightarrow L + M + N + \cdots$$

برابر باشد.

حال چگونه پاریته ی ذاتی ذرات را تعیین کنیم.

(مرجع فصل ۳ واینبرگ)

دقت کنید که چون B، L و Q بقا دارد، ما این آزادی را داریم که عملگر پاریته را به صورت زیر باز تعریف کنیم

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}' e^{i(\alpha Q + \beta L + \gamma B)}$$

α، β و γ را طوری برمی گزینیم که e و n و p همگی پاریته ی $+$ داشته باشند. بعد از این انتخاب آزادی نسبت دادن پاریته ی ذاتی از ما گرفته می شود.

پاریته ذاتی ذرات دیگر از آزمایش به دست می آید.

پاریته ی μ چیست؟ از کجا دانید؟

پاریته ی e^+ چیست؟ " " " ؟

حالت اتمی s

$$D\,\pi^- \longrightarrow n\,n$$

$$\mathbb{P}^2 = 1$$

حالت اولیه $l = 0$ حالت $l = 1$

$D\pi \longrightarrow nn$

$\underbrace{J = 1}$

حالت اولیه $l = 0$ ، $S_{\pi^-} = 0$ ، $S_D = 1$

حالت نهایی $l = 1$ ، $s = 1$

$\cancel{l=1, S=0}$, $\cancel{l=0, S=1}$, $\cancel{l=2, S=1}$

$$\eta_D \, \eta_{\pi^-} = -\eta_n^2$$

$$\eta_D = \eta_n^2 \Rightarrow \qquad \eta_{\pi^-} = -1$$

$\downarrow$

pseudo scalar

من درست می‌گم یا واینبرگ ؟ ص ۱۲۴ و ص ۱۲۵ و ص ۱۲۶

واینبرگ جلد ۱ رابخوانید .

نمایش Adjoint ومولدها

$SU(N)$

$$U = e^{i\vec{X}_n \cdot \vec{J}_n}$$

یکانی

$\vec{J}_n \to$ هرمیتی

$$Det[U] = 1 \longrightarrow Tr[\vec{J}_n] = 0$$

تعداد مولدها ، $n^2 - 1$

تعداد مولدها مستقل از نمایش گروه است .

$SU(2)$: $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}$

$SU(3)$: $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}$ $\lambda_8 = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{bmatrix}$

$$Tr[\lambda_8^2] = Tr[\lambda_i^2] \longrightarrow n$$

تقارن $SU(3)$ رنگ

$g \quad b \quad r$

$q_{(i)}$

اندیس رنگ

SU(3)

$$q_i \longrightarrow (U_{3\times 3})_{ij}\, q_j$$
$$\bar q_i \longrightarrow (U^{\dagger}_{3\times 3})_{ij}\, \bar q_i$$

$(\bar q)_i \; q_j \; \delta_{ij} \quad \longleftarrow$ ناوردا Singlet

$$\varepsilon_{ijk} \; U_{ii'} \cdot U_{jj'} \cdot U_{kk'} = ?$$

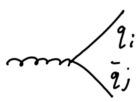
جواب : $\varepsilon_{i'j'k'}$

در نتیجه

$\varepsilon_{ijk}\, q_i q_j q_k \quad \leftarrow$ ناوردا

$\bar q_i q_i \quad \leftarrow$ مزون

$\varepsilon_{ijk}\, q_i q_j q_k \quad \leftarrow$ باریون



$(\lambda^n)_{ij}\, q_i \bar q_j \quad \longleftarrow$ 8 تایی

کوارک های ظرفیت تک‌تایی به وجود می‌آورند اما کوارک های دریا

هشت تایی .

$$3 \times \bar 3 = 8 \oplus 1$$

$$3 \times 3 = 3^* \oplus 6$$

برای همین هادرون به شکل qq نداریم

??? $\quad qqqq\bar q \quad$ پنتاکوارک

??? $\quad q\bar q q\bar q \quad$ تتراکوارک

??? $\quad$ glueball

Adjoint $\quad$ نمایش

$$[J_i , J_j] = i f_{ijk} J_k \qquad i \in \{1, \dots, n^2-1\}$$

$$(A_j)_{ik} = f_{ijk}$$

$$[A_i , A_j] = i f_{ijk} A_k$$

$\downarrow$

نمایش $(n^2-1)\times(n^2-1)$

$$A_k \quad \left[\begin{matrix} - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{matrix}\right] \Big\} n^2-1$$

مثلاً درمورد $SU(2)$ نمایش سه تایی می شه که به آن

نمایش triplet می گویند

کلک می زنیم و آن ماتریس ستونی (n^2-1) تایی را به صورت

یک ماتریس هرمیتی بدون رد $(n\times n)$ نمایش می دهیم

$$Y_i \quad J_i$$

درمورد $SU(2)$

$$Z=\begin{bmatrix} A & B \\ B^* & -A \end{bmatrix}$$

$$Z \xrightarrow{\text{تحت } SU(2)} UZU^+$$

$$Tr[Z_1 Z_2] \longrightarrow \text{ناوردا}$$

نمایش دوتایی $\rightarrow \psi_1, \psi_2$

$$\psi_2^+ \, Z \, \psi_1 \longrightarrow \text{ناوردا}$$

اگر بتوانیم از جرم s صرف‌نظر بکنیم و برهمکنش الکترومغناطیسی

را هم کنار بگذاریم تقارن $SU(3)$ طعم خواهیم داشت

$$U\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

البته این تقارن با جرم s شکسته است و تقارن خوبی نیست.

با این همه برای طبقه بندی هادرون‌ها مورد استفاده قرار می گیرد.

چگونه فهمیدند کوارک‌ها بی‌رنگ هستند

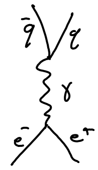
داستان Δ^{++}

$$|\Delta^{++}, J_3=\tfrac{3}{2}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$$

$\cancel{L=0} \longleftrightarrow$ magnetic moment

گرینبرگ در سال ۱۹۶٤ رنگ را پیشنهاد کرد

$$\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3S} N_c \sum_{i=1}^{N_f} Q_f^2$$



$N_c = 3$

$$\frac{Br(W^+ \to e^+ \nu_e)}{Br(W^+ \to u\bar{d})} \simeq \frac{1}{3}$$

آشنایی بیشتر با مزون ها

$\pi^+ \ \pi^- \ \pi^0$ $\qquad m \simeq 130 \text{ MeV} \qquad I^G(J^P) = 1^G(0^-)$

$K^+ \ K^-$ $\qquad m \simeq 500 \text{ MeV}$

$K_L \ K_S$ $\qquad S \neq 0 \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$\rho^0 \ \rho^\pm \qquad I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$

Full width $\quad \Gamma = 149$ MeV

$\rho \longrightarrow \pi\pi$

* برهمکنشی که منجر به واپاشی ρ به π π می شود از جنس ضعیف است یا قوی و یا الکترومغناطیس ؟

* با فرض این که ایزواسپین در این واپاشی بقا دارد تعیین کنید ρ⁰ و ρ⁺ ترکیبی از π^+ ، π^- و π^0 وای باشند

$\rho^+ \Rightarrow \dfrac{|\pi^+\pi^0\rangle - |\pi^0\pi^+\rangle}{\sqrt{2}} \quad \Big| \quad \rho^0 \to \dfrac{|\pi^+\pi^-\rangle - |\pi^-\pi^+\rangle}{\sqrt{2}}$

آیا می توان با مشاهده تشخیص داد که ترکیب این گونه است

نه $\dfrac{|\pi^+\pi^0\rangle + |\pi^0\pi^+\rangle}{\sqrt{2}}$ ؟

حدس من :

طول همدوسی

$$\frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_{\pi^+} - m_{\pi^0}} \sim 10^{-22} \text{ sec}$$

غیرنسبیتی ←

دقت کنید که نتیجه آن است که

ρ⁰ به $\pi\pi^0$ واپاشی کند

۱۵

$c \times \frac{1}{\Delta E} \sim 10^{-11}\,m$

نرب $|\pi^0 \pi^0|$

$\eta \quad m = 547 \quad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$\eta' \quad m = 957 \quad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$p,\ n$ باریون‌ها

$\Sigma^0 \quad \Sigma^{\pm}$

$\Sigma^+ = uus \qquad \underbrace{\Sigma^0 = uds}_{|uds + dus\rangle} \qquad \Sigma^- = dds$

$I(J^P) = 1(\frac{1}{2}^+)$

$m_{\Sigma^+} = 1189\ MeV \qquad \tau = 8 \times 10^{-11}\ sec$

$m_{\Sigma^0} = 1192\ MeV \qquad \tau = 7 \times 10^{-20}\ sec$

$\Sigma^0 \to \Lambda \gamma$

$\Lambda^0 \quad uds \qquad I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$

$|uds\rangle - |dus\rangle$

$\Xi^- \quad dss \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$

$\Xi^0 = uss$

مزون‌های سنگین‌تر

$J/\psi \quad c\bar{c} \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{--})$

$\eta_c \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$D^{\pm},\ D^0,\ \bar{D}^0 \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$D^+ = c\bar{d}$

$D^0 = c\bar{u}$

$\bar{D}^0 = \bar{c}u$

$D^- = \bar{c}d$

$D_s^+ = c\bar{s}$

$D_s^- = \bar{c}s \qquad I(J^P) = 0(0^-)$

$\Upsilon \quad b\bar{b}$ bottonium

$\psi \quad c\bar{c}$ charmonium

quarkonium

در PDG $\leftarrow$ ذره (عدد -)

جرم برحسب MeV

$B^+ = u\bar{b}$ $\quad B^0 = d\bar{b}$ $\quad \bar{B}^0 = \bar{d}b$ $\quad B^- = \bar{u}b$

$B_s = s\bar{b}$ $\quad \bar{B}^0_s = \bar{s}b$

$B_c^+ = c\bar{b}$ $\quad B_c^- = \bar{c}b$

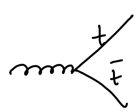
B - factory

B - physics

باریون های حاوی کوارک های سنگین (طوی) داریم.

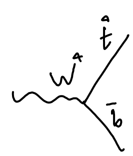
t - quark

$t \to Wq$



Tevatron

Single top production



کوارک گلوئون پلاسما

RHIC $\quad$ Au

LHC $\quad$ Pb

رابطه پاریته‌ی ذره و پاد ذره

فرمیون

$$\psi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s \left(a_{sp}^{-} u^s(p) e^{-ip.x} + a_{sp}^{c\dagger} v^s(p) e^{ip.x} \right)$$

$P a_p^s P = \eta a_{-p}^s$ $\qquad P a_{s\vec{p}}^c P = \eta^c a_{s,-\vec{p}}^c$

$$P\psi P = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s \Big(\eta_a\, a_{s,-\vec p}\, u^s(p)\, e^{-ip\cdot x}$$

$$+(\eta^c)^*\, a^{c\dagger}_{s,-\vec p}\, v^s(p)\, e^{ip\cdot x}\Big)$$

$$\tilde p = (p^0, -\vec p) \qquad p\cdot x = \tilde p\cdot(t,-x)$$

$$\sigma^\mu = (1, \vec\sigma)$$

$$\tilde p\cdot\sigma = p\cdot\bar\sigma \qquad \tilde p\cdot\bar\sigma = p\cdot\sigma$$

$$u(p) = \begin{pmatrix}\sqrt{p\cdot\sigma}\,\xi \\ \sqrt{p\cdot\bar\sigma}\,\xi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sqrt{\tilde p\cdot\bar\sigma}\,\xi \\ \sqrt{\tilde p\cdot\sigma}\,\xi\end{pmatrix} = \gamma^0 u(\tilde p)$$

$$v(p) = \begin{pmatrix}\sqrt{p\cdot\sigma}\,\xi \\ -\sqrt{p\cdot\bar\sigma}\,\xi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sqrt{\tilde p\cdot\bar\sigma}\,\xi \\ -\sqrt{\tilde p\cdot\sigma}\,\xi\end{pmatrix} = -\gamma^0 v(\tilde p)$$

$$P\psi(x)P = \int \frac{d^3\tilde p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_{\tilde p}}} \sum_s \Big(\eta\, a^s_{\tilde p}\, \gamma^0 u^s(\tilde p)$$

$$e^{-i\tilde p\cdot(t,-x)} - (\eta^c)^*\, a^{c\dagger}_{s,\tilde p}\, \gamma^0 v(\tilde p)\, e^{i\tilde p\cdot(t,-x)}$$

$$-\eta = \eta^{c*} \qquad P\psi(t,\vec x)P = \eta\,\gamma^0\psi(t,-\vec x)$$

$$\eta^c\eta = -1$$

نتیجه‌ی اخلاقی:

پاریته‌ی فرمیون و پادفرمیون مخالف هم است.

این مخالفت فقط در مورد فرمیون هاست.

پاریته‌ی الکترون = - پاریته‌ی پوزیترون

پاریته‌ی π^+ = پاریته‌ی π^-

پاریته‌ی $q\,\bar q$

$$-(-1)^l$$

$$\int \chi(p,s,p',s')\, a^{\dagger}_{s,q}(p)\, a^{c\dagger}_{s',q}(p')\, |0\rangle\, d^3p\, d^3p'$$

$$P\,|\bar{q}q'\rangle = \eta^*_{s,q}\,\eta^{c*}_{s,q}\int \underbrace{\chi(+\vec{p},s,+\vec{p}',s')}_{(-1)^l\,\chi(-\vec{p},s,-\vec{p}',s')}$$

$$a^{\dagger}_{s,q'}(-\vec{p})\;a^{c\dagger}_{s',q}(-\vec{p}')\;|0\rangle\,d^3p\,d^3p'$$

تغییر متغیرهای نخودی

$$= (-1)^l\,\eta\,\eta_c^*\;|\bar{q}q'\rangle$$

$\left.\begin{matrix}\pi^+\\ \pi^-\\ \pi^0\end{matrix}\right\}$ $l=0$ پاریته $=-1$

Positronium

e^-e^+

جرم کاهیده

$$E_n = -\frac{R_y}{n^2} \qquad R_y = \frac{\alpha^2\mu c^2}{2}$$

n = principal quantum numbers عدد کوانتمی اصلی

اسپین → S=1 singlet, S=3 triplet

$n^{S}L_J$ نمادگذاری

حالت مداری

تکانه زاویه ای کل

S, P, D

e^-e^+

آیا اتم پوزیترونیم می‌تواند کاندیدای خوبی برای ماده‌ی تاریک باشد؟

$\left\{\begin{matrix} 1^3S_1 & \underbrace{\text{ortho-positronium}}_{OP} & \text{triplet} \\ 1^1S_0 & \underbrace{\text{para-positronium}}_{PP} & \text{singlet}\end{matrix}\right.$

para...

$\boxed{PP \to \gamma\gamma}$

$\pi^0 \to \gamma\gamma$

$l=1$ حالت نهایی

همیوغی بار

$$C\,a_{p,s}\,C = a^c_{p,s} \qquad C\,a^c_{p,s}\,C = a_{p,s}$$

$$C\Psi(x)C = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_p}}\sum_s \left(-i\gamma^2 a^c (v^s(p))^* e^{-ip\cdot x}\right.$$

$$\left. -i\gamma^2 a_p^{s\dagger}(u^s(p))^* e^{ip\cdot x}\right) = -i\left(\bar{\Psi}\gamma^0\gamma^2\right)^T$$

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0_{2\times 2} & \mathbb{1}_{2\times 2} \\ \mathbb{1}_{2\times 2} & 0_{2\times 2}\end{pmatrix} \qquad \gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0\end{bmatrix}$$

$$C\bar{\Psi}C = \left(-i\gamma^0\gamma^2\Psi\right)^T$$

سیستم دوذره‌ای فرمیون_پادفرمیون (در دستگاه مرکز جرم‌شان)

$$|\bar{q}q\rangle = \int d^3p\, d^3p'\, \chi(p,s;p',s')\, a^\dagger_{p,s}\, a^{c\dagger}_{p',s'}|0\rangle$$

$$C|\bar{q}q\rangle = \int d^3p\, d^3p'\, \chi(p,s;p',s')\, a^{c\dagger}_{p,s}\, a^\dagger_{p',s'}|0\rangle$$

$$= -\int d^3p\, d^3p'\, \chi(p,s;p',s')\, a^\dagger_{p',s'}\, a^{c\dagger}_{p,s}|0\rangle$$

$$= -\int d^3p\, d^3p'\, (-1)^l\, \chi(p',s;p,s')\, a^\dagger_{p',s'}\, a^{c\dagger}_{p,s}|0\rangle$$

$$\begin{cases} -(-1)^l|\bar{q}q\rangle & \text{triplet} \\ +(-1)^l|\bar{q}q\rangle & \text{singlet}\end{cases}$$

در قدم آخر از این استفاده کرده‌ام که اگر جمع اسپین صفر باشد $\chi(p,s;p',s')$ تحت $s \leftrightarrow s'$ پادمتقارن و اگر جمع اسپین‌ها یک باشد متقارن است.

$$\varphi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2E_p}}\left(a_p e^{ip\cdot x} + a_p^{c\dagger} e^{-ip\cdot x}\right)$$

$$C a_p C = a_p^c \qquad C a_p^c C = a_p$$

$$C\varphi C = \varphi^\dagger$$

$\Phi \rightarrow$ میدان اسکالر، فرمیون

برداری و...

$$C\Phi C = \ldots \Phi^*$$

$$C\,\Phi\,C = \eta_c \cdots \Phi^*$$

$$\Phi \to \eta_c^{-\frac{1}{2}}\Phi \qquad \Phi^* \to \eta_c^{\frac{1}{2}}\Phi^*$$

اگر ذره و پادذره یکی باشند η_c معنادار است.

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + i\varphi_2}{\sqrt{2}} \xrightarrow{C} \varphi = \frac{\varphi_1 - i\varphi_2}{\sqrt{2}}$$

Complex field

$$H^0 = \frac{h + iA}{\sqrt{2}}$$

CP-even, CP-odd

SUSY

$$A^\mu \xrightarrow[\text{Charge Conjugate}]{C} -A^\mu$$

photon field

$$A^\mu\,\bar\psi\gamma_\mu\psi \to$$

هم تحت C و هم تحت P

این جمله لاگرانژی تقارن دارد.

singlet spin

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma\gamma \;?$$
$$\gamma\gamma\gamma \;?$$

$C:\ (-1)^0 = 1$

$Br(\pi^0 \to \gamma\gamma) = 99\%$ $\qquad \tau = 8\times10^{-17}$ sec

$Br(\pi^0 \to \gamma\gamma\gamma) < 3\times10^{-8}$ $\qquad$ three body suppresion $\frac{\alpha}{4\pi} \sim 10^{-3}$

PP: $e^-e^+ \to \gamma\gamma$ $\qquad \tau \sim 10^{-10}$ sec

OP: $e^-e^+ \to \gamma\gamma\gamma$ $\qquad \tau = 10^{-7}$ sec

PDG

$$\gamma \xrightarrow{C} -\gamma$$

$$g \xrightarrow{C} ??$$