پیشنهادی برای هولوگرافی فضا-زمانهای مجانبا تخت

رضا فارغ بال

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی

پژوهشکده ذرات، پژوهشگاه دانش های بنیادی

چرا هولوگرافی؟

- کوانتومی کردن گرانش یکی از مساله های باز فیزیک است.
- هولوگرافی ابزاری است برای بررسی این مساله.
- به جای تئوری گرانشی اصلی یک نظریه میدان دوگان مطالعه میشود.
- هولوگرافی به روشی برای تعریف گرانش کوانتومی تبدیل شده است.

تعریف هولوگرافی

- مطالعه گرانش با روش هولوگرافی یعنی پیدا کردن یک نظریه دوگان.
- هر محاسبه ای در طرف گرانش معادل با یک محاسبه در نظریه دوگان.
- تعداد ابعاد فضا-زمان در تئوری گرانشی و نظریه میدان دوگان می تواند متفاوت باشد.
- معروف ترین مثال: تناظر AdS/CFT.

AdS/CFT چیست؟

- AdS :گرانش در پسزمینه آنتی دسیتر.
- CFT : نظریه میدان همدیس.
- بنابراین تناظر، بعد تئوری گرانشی یک بعد از نظریه میدان دوگان آن بیشتر است.
- فضا-زمان AdS دارای مرز است. CFT در مرز این فضا زندگی می کند.

تعریف دقیق فضا-زمان AdS

- متریک فضا-زمانهای مجانبا AdS یک حل گرانش اینشتینی با ثابت کیهانشناسی منفی است.
- برای تعریف دقیق، متریک روی کره را به یاد بیاوریم:

نقاط روی کره نقاطی از فضا-زمان تخت سه بعدی با متریک $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ هستند که برای آنها داریم:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

- R شعاع کره است.

- برای تعریف فضا-زمان AdS در چهار بعد از یک فضای تخت ۵-بعدی با متریک زیر شروع می کنیم:

$$ds^2 = -dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2 - dU^2$$

- متریک رویه ای را به دست می آوریم که برای آن داشته باشیم:

$$-T^2 + X^2 + Y^2 + Z^2 - U^2 = -R^2$$

- R شعاع AdS نام دارد.

- متریک AdS در مختصات سرتاسری:

$$ds^2 = -\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right)dt^2 + \left(1+\frac{r^2}{R^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2\right)$$

- در حد R به سمت بینهایت متریک بالا به متریک فضای مینکوفسکی تبدیل می شود.
- حد بالا را حد تخت مینامیم. مقدار R به مقدار ثابت کیهانشناسی نیز مربوط می شود. حد تخت معادل با ثابت کیهانشناسی صفر است.

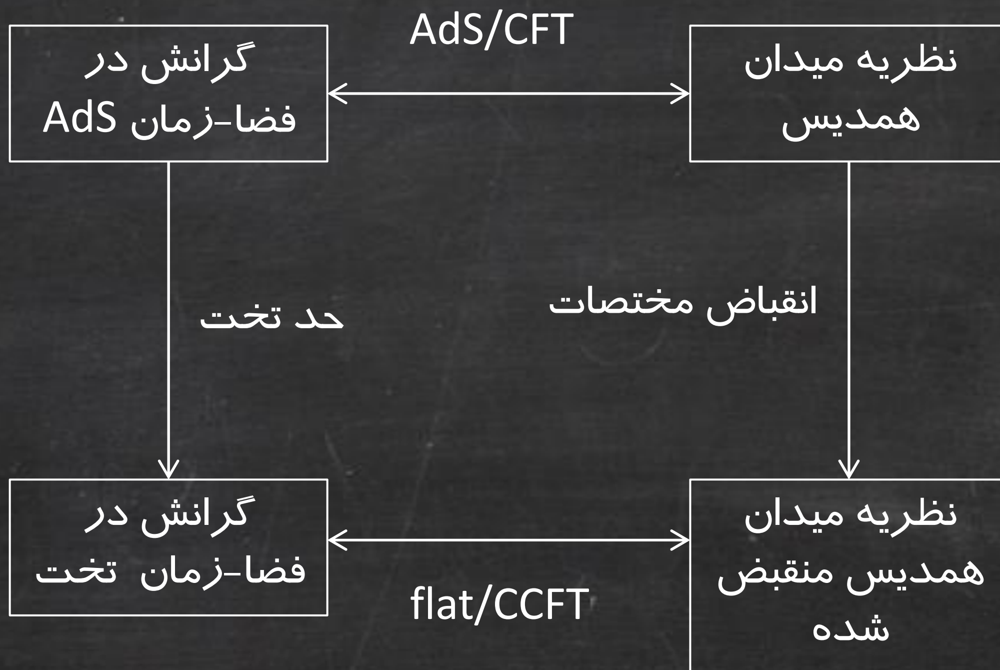
سوال:

آیا می شود برای فضا-زمانهای مجانبا تخت نیز یک نظریه دوگان پیدا کرد؟

جواب ما:

بله چنین نظریه ای وجود دارد و برای پیدا کردن آن باید از AdS/CFT حد گرفت.

حد تخت در AdS معادل با انقباض مختصات در نظریه میدان همدیس است. نظریه میدان به دست آمده را نظریه میدان همدیس منقبض شده می نامیم.


گرانش در
فضا-زمان AdS
AdS/CFT
نظریه میدان
همدیس
حد تخت
انقباض مختصات
گرانش در
فضا-زمان تخت
flat/CCFT
نظریه میدان
همدیس منقبض
شده

قدم اول: تقارنها

- در AdS /CFT تقارنهای مجانبی فضا-زمانهای مجانبا AdS با تقارنهای نظریه دوگان منطبق میشود.
- تعریف تقارن مجانبی:

$$(x^{\mu} \to x^{\mu} - \zeta^{\mu}) \Rightarrow (g_{\mu\nu} \to g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu})$$

$$\delta g_{\mu\nu} = \mathcal{L}_{\zeta} g_{\mu\nu}$$

اگر $\delta g_{\mu\nu} = 0$ تقارن کلی وجود دارد. اگر $\lim_{r\to\infty} \delta g_{\mu\nu} = 0$ آنگاه تقارن مجانبی است.

- تقارن مجانبی فضای AdS در سه بعد:

$$[\mathcal{L}_m, \mathcal{L}_n] = (m-n)\mathcal{L}_{m+n} + \frac{c}{12} m(m^2-1)\delta_{m+n,0}$$

$$[\overline{\mathcal{L}}_m, \overline{\mathcal{L}}_n] = (m-n)\overline{\mathcal{L}}_{m+n} + \frac{\bar{c}}{12} m(m^2-1)\delta_{m+n,0}$$

به طوریکه $c = \bar{c} = 3R/2G$.

- اگر تعریف کنیم $L_n = \mathcal{L}_n - \overline{\mathcal{L}}_{-n}, \quad M_n = \frac{G}{R}(\mathcal{L}_n + \overline{\mathcal{L}}_{-n})$
آنگاه در حد $\frac{G}{R} \to 0$ خواهیم داشت:

$$[L_m, L_n] = (m-n)L_{m+n} + \frac{C_L}{12} m(m^2-1)\delta_{m+n,0}$$

$$[L_m, M_n] = (m-n)M_{m+n} + \frac{C_M}{12} m(m^2-1)\delta_{m+n,0}$$

به طوریکه $C_L = (c-\bar{c})/12 = 0, \quad C_M = \frac{\mathrm{G}(\bar{c}+c)}{12R} = \frac{1}{4}$

- تقارن بالا به تقارن BMS معروف است. تقارن مجانبی فضاهای مجانبا تخت نیز به شکل بالاست. ما تقارن بالا را از حد گرفتن به دست آوردیم.

- در نظریه میدان نیزمی توان به تقارن BMS رسید. باید از تقارن های همدیس استفاده کرد و آنها را منقبض کرد:

$$\mathcal{L}_n = -e^{nw}\partial_w , \quad \bar{\mathcal{L}}_n = -e^{n\bar{w}}\partial_{\bar{w}} \quad (w = t + ix , \bar{w} = t - ix)$$

- اگر تعریف کنیم $L_n = \mathcal{L}_n - \bar{\mathcal{L}}_{-n} , \quad M_n = \epsilon(\mathcal{L}_n + \bar{\mathcal{L}}_{-n})$ و زمان را نیز به صورت $t \to \epsilon t$ منقبض کنیم، در حد $\epsilon \to 0$ جبر همدیس به جبر BMS تبدیل میشود.

قدم بعدی: سیاهچاله ها

- در سه بعد هیچ سیاهچاله مجانبا تختی وجود ندارد.
- حد تخت از سیاهچاله BTZ خوش تعریف است!

$$ds^2 = -\frac{(r^2 - r_+^2)(r^2 - r_-^2)}{r^2 R^2} dt^2 + \frac{r^2 R^2}{(r^2 - r_+^2)(r^2 - r_-^2)} dr^2 + r^2 \left(d\phi - \frac{r_+ r_-}{R r^2} dt \right)^2$$

- بعد از حدگیری داریم:

$$ds^2_{FBTZ} = \hat{r}_+^2 dt^2 - \frac{r^2 dr^2}{\hat{r}_+^2 (r^2 - r_0^2)} + r^2 d\phi^2 - 2\hat{r}_+ r_0 dt d\phi$$

به طوریکه

$$r_- \to r_0 = \sqrt{\frac{2G}{M}}\,|J|, \qquad r_+ \to R\hat{r}_+ = R\sqrt{8GM}$$

- متریک بعد از حد گیری سیاهچاله نیست بلکه یک جواب کیهانشناختی است که وابستگی به زمان دارد.
- r_0 محل افق کیهانشناختی را مشخص می کند.
- برای این افق می توان دما و آنتروپی تعریف کرد:

$$T = \frac{\hat{r}_+^2}{2\pi r_0}, S = \frac{\pi r_0}{2G}$$

- نظریه میدان دوگان چه اطلاعاتی در مورد آنتروپی دارد؟
- برای نظریه میدان همدیس منقبض شده می توان تبهگنی حالتها را به دست آورد:

$$S = \log d(h_L, h_M) = 2\pi h_L \sqrt{\frac{C_M}{2h_M}}$$

به طوریکه $h_L = \lim_{\epsilon \to 0}(h - \bar{h}), \quad h_M = \lim_{\epsilon \to 0} \epsilon(h + \bar{h})$.

- مقدار آنتروپی که از فرمول بالا به دست می‌آید با آنتروپی افق کیهانشناختی یکسان است.

تانسور انرژی- مومنتوم برای فضای تخت

- با استفاده از دوگانی flat/CCFT می توان تانسوری برای فضاهای مجانبا تخت به دست آورد که بارهای پایستار را به دست می دهد.
- روش کار حد گرفتن از محاسبات AdS/CFTاست:

$$T^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta S}{\delta \gamma_{\mu\nu}}$$

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int_{\mathcal{M}} d^3x \sqrt{-g}\left(R - \frac{2}{\ell^2}\right) - \frac{1}{8\pi G}\int_{\partial\mathcal{M}} d^2x \sqrt{-\gamma}\,\mathcal{K} + \frac{1}{8\pi G} S_{ct}(\gamma_{\mu\nu})$$

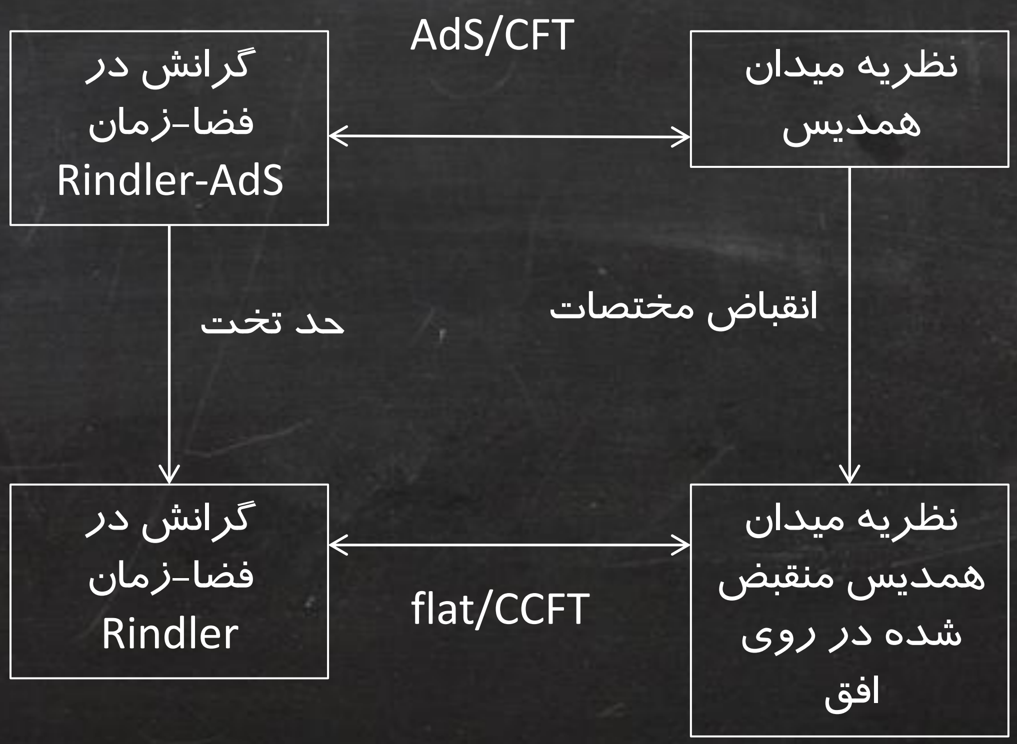
$$S_{ct} = -\frac{1}{\ell}\int_{\partial\mathcal{M}} d^2x \sqrt{-\gamma}$$

- تانسور انرژی-مومنتوم برای فضای مجانبا تخت:

$$(\tilde{T}_{++} + \tilde{T}_{--}) = \lim_{G/\ell\to 0} \frac{G}{\ell}(T_{++} + T_{--}), \qquad (\tilde{T}_{++} - \tilde{T}_{--}) = \lim_{G/\ell\to 0} (T_{++} - T_{--})$$

Rindler/CCFT و دوگانی در روی افق سیاهچاله ها

- هندسه در نزدیک افق سیاهچاله های غیر فرینه Rindler است.
-



مراجع

- A. Bagchi, R. F. , **JHEP** 1210 (2012) 092 [arXiv:1203.5795]
- A. Bagchi, S. Detournay, R. F. , Joan Simon **Phys.Rev.Lett**.110 (2013) 141302[arXiv:1208.4372]
- R.F. , Ali Naseh,**JHEP** 1403 (2014) 005 [arXiv:1312.2109]
- R.F. , Ali Naseh, [arXiv:1404.3937]