تقارن پیمانه‌ای مدل CP(1) در فضای ناجابجایی به روش غوطه وری BFT

مجید منعم زاده[۱]، نوشین السادات دانش نیا[۲]، عقیله السادات ابراهیمی[۳]

[۱،۲،۳]دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان

چکیده:

در این تحقیق به بررسی ساختار قیدی مدل CP(1) در فضای ناجابجایی می‌پردازیم. در این مدل به علت حضور قیود نوع دوم تقارن پیمانه‌ای سیستم شکسته می‌شود. با استفاده از رهیافت BFT تقارن پیمانه‌ای را به سیستم بازگردانده و یک سیستم پیمانه‌ای می‌سازیم. در انتها تابع پارش این مدل در فضای فاز گسترش یافته تعیین می شود.

مقدمه:

در سال‌های اخیر تلاش بر روی نظریه میدان ناجابجایی و نتایج پدیده شناختی آن صورت گرفته است [۱]. ایده فضا زمان ناجابجایی به طور جدی از مسئله کوانتش یک ریسمان باز در حضور میدان پس زمینه آغاز شد[۲].

نظریه پیمانه‌ای در رده سیستم‌های مقید قرار می‌گیرد که در آن قیود به دو دسته تقسیم می‌شوند؛ قیود نوع اول وقیود نوع دوم[۳]. قیود نوع اول مولدهای تبدیل پیمانه‌ای می‌باشند که معرف یک نظریه پیمانه‌ای است در حالی که سیستم با قیود نوع دوم باعث شکست تقارن پیمانه‌ای است. با استفاده از رهیافت *BFT* و معرفی میدان های کمکی و گسترش فضای فاز قیود نوع دوم را به نوع اول تبدیل کرده و تقارن پیمانه‌ای را به سیستم باز گرداننده[۵،٤].

بررسی مدل CP(1):

کنش CP(1) در فضای ناجابجایی که درآن ضرب ستاره جایگزین ضرب معمولی شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{S} = \int \left(\hat{D}^{\mu}\hat{\varphi}\right)^{*} * \hat{D}_{\mu}\hat{\varphi} d^{3}x = \int \left(\hat{D}^{\mu}\hat{\varphi}\right)^{*} \hat{D}_{\mu}\hat{\varphi}\, d^{3}x \qquad (۱)$$

تعریف مشتق هموردا نیز با جایگذاری ضرب ستاره به این صورت بدست می‌آید $(\hat{D}_{\mu}\varphi = \partial_{\mu}\hat{\varphi} - i\hat{A}_{\mu} * \hat{\varphi})$. با استفاده از نگاشت سایبرـویتن[۱] می‌توان میدان ناجابجایی را بر اساس میدان معمولی تا مرتبه اول θ نوشت.

$$\hat{A}_{\mu} = A_{\mu} + \partial^{\sigma\rho} A_{\rho}\left(\partial_{\sigma}A_{\mu} - \frac{1}{2}\partial_{\mu}A_{\sigma}\right) \quad ; \quad \hat{\varphi} = \varphi - \frac{1}{2}\theta^{\rho\sigma}A_{\rho}\,\partial_{\sigma}\varphi \qquad (۲)$$

پس از جایگذاری معادلات بالا در معادله (۱) و بسط دادن بر اساس ضرب ستاره، کنش تصحیح شده برای مدل CP(1) به صورت زیرمی‌شود:

$$\hat{S} = \int d^{3}x[(D^{\mu}\varphi)^{*}D_{\mu}\varphi + \frac{1}{2}\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}((D_{\beta}\varphi)^{*}D^{\mu}\varphi + (D^{\mu}\varphi)^{*}D_{\beta}\varphi) - \frac{1}{2}F_{\alpha\beta}(D^{\mu}\varphi)^{*}D_{\mu}\varphi] \qquad (۳)$$

[1] .Seiberg and Witten

که $\emptyset = \varphi^*\varphi - 1 \approx 0$ به عنوان قید اولیه سیستم در نظر گرفته می‌شود[٦].با تعریف تکانه کانونیک و فرض $\theta^{0i} = 0 \ ; i = 1,2$ و $\theta^{12} = \theta\varepsilon^{12}$ قیود زیر را بدست می‌آوریم:

$$\chi_1 = \varphi\pi - \varphi^*\pi^* \approx 0 \quad ; \quad \chi_2 = \varphi\pi + \varphi^*\pi^* \approx 0 \tag{٤}$$

با انجام محاسبات می‌توان نشان داد که $\emptyset$ قید نوع اول است و χ_1, χ_2 قیود نوع دوم هستند. مولفه صفرم تانسور انرژی- تکانه که نشان دهنده هامیلتونی کانونیک است به صورت زیر نوشته می‌شود[٦].

$$T_{00} = H_c = \left(\pi^*\pi + D^K\varphi^* D^K\varphi\right)(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}\left(\pi^* D^i\varphi^*\right)\left(\pi D^j\varphi\right) \tag{٥}$$

که در آن $C = -\frac{1}{4}\theta\varepsilon^{ij}F^{ij}$. با بررسی سازگاری زمانی قیود نوع دوم با هامیلتونی کانونیک داریم:

$$\{\chi_1, H\} = (\varphi\pi + \varphi^*\pi^*)[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi] \approx 0 \tag{٦}$$
$$\{\chi_2, H\} = (\pi\pi^*)[2(1 - C) + 2i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi] \approx 0 \tag{٧}$$

معادله (٦) به این علت که ترکیبی از قیود است، قید جدیدی را نشان نمی‌دهد و تنها قید نوع دوم از معادله (٧) بدست می-آید. با باز تعریف قیود، قیود نوع اول:

$$\varphi\pi + \varphi^*\pi^* \approx 0 \quad ; \quad \varphi\pi - \varphi^*\pi^* \approx 0 \tag{٨}$$

و قیود نوع دوم :

$$\varphi\varphi^* - 1 \approx 0 \quad ; \quad \pi \approx 0 \tag{٩}$$

به این صورت نوشته می‌شوند. به علت وجود قیود نوع اول و نوع دوم همزمان برای این سیستم با یک سیستم مخلوط روبرو هستیم ولی مشاهده می‌کنیم که قیود نوع اول در روند محاسبات اختلالی ایجاد نمی‌کنند[٧]. بادر نظر گرفتن قیود نوع دوم و محاسبه کروشه پواسون بین هر دو قید به عنوان مولفه‌های یک ماتریس، یک ماتریس (2×2) بدست می‌آید که آن را با $\Delta_{\alpha\beta}$ نشان می‌دهیم در این صورت می‌توان نوشت:

$$\omega = \Delta^T = -\Delta \tag{١٠}$$

که ω جبر بین میدان کمکی و Δ جبر بین قیود را نشان می‌دهد، معادله اساسی BFT می‌شود $\Delta - \chi^T\Delta\chi = 0$ ، که با انتخاب $\chi = 1$ سری قیدی در مرتبه اول قطع می‌شود. حال قیود درفضای فاز گسترش یافته (قیود نوع اول شده) این‌گونه می‌شوند:

$$\tau_1 = (\varphi^*\varphi + 1) + \eta^1 \approx 0 \quad ; \quad \tau_2 = \pi + \eta^2 \approx 0 \tag{١١}$$

مولدهای هامیلتونی این‌گونه بدست می‌آیند:

$$G_1^0 = (\varphi\pi + \varphi^*\pi^*)\left[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi\right] \quad ; \quad G_2^0 = 0 \tag{١٢}$$
$$G_1^1 = -2\varphi\eta^2\left[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi\right] \quad ; \quad G_2^1 = \frac{\pi\eta^2}{\varphi^*}\left[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi\right] \tag{١٣}$$
$$G_1^2 = \frac{1}{2\varphi^*}\eta^1\eta^2\left[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi\right] \quad ; \quad G_2^2 = -\frac{1}{\varphi^*}\eta^2\eta^2\left[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^* D^j\varphi\right] \tag{١٤}$$

با انجام محاسبات مشاهده می‌شود که مولد هامیلتونی برای $n \geq 3$ صفر می‌شود. با استفاده از مولدهای بالا، هامیلتونی در فضای فاز گسترش یافته می‌شوند:

$$\tilde{H}^1 = -\frac{1}{\varphi^*}\eta^2[(\varphi\pi + \varphi^*\pi^*)\ (1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^*D^j\varphi] \quad (۱۵)$$

$$\tilde{H}^2 = \left(\frac{\varphi}{\varphi^*}\eta^2\eta^2 + \frac{\pi}{2(\varphi^*)^2}\eta^2\eta^1\right)[(1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^*D^j\varphi] \quad (۱۶)$$

$$\tilde{H}^3 = -\frac{1}{2(\varphi^*)^2}\eta^2\eta^2\eta^1[\ (1 - C) + i\theta\varepsilon^{ij}D^i\varphi^*D^j\varphi] \quad (۱۷)$$

هامیلتونی کل در فضای فاز گسترش یافته می‌شود:

$$\tilde{H} = H_c + \tilde{H}^1 + \tilde{H}^2 + \tilde{H}^3 \quad (۱۸)$$

درپایان تابع پارش را با جایگذاری هامیلتونی در فضای فاز گسترش یافته در معادله فدیف -پوپوف بدست می‌آوریم[۸].

$$Z = \int D\varphi^*D\varphi D\eta^1 D\eta^2 \prod_{i,j=1}^{3} \delta(\tau_i)\,\delta(\Gamma_j)\det\left|\{\tau_i, \Gamma_j\}\right| e^{iS} \quad (۱۹)$$

که در آن:

$$S = \int d^3x\, \tilde{L} = \int d^3x\, (\varphi\pi + \varphi^*\pi^* - \tilde{H}) \quad (۲۰)$$

مشاهده می‌شود که این مدل به یک مدل کاملا پیمانه‌ای که می‌توان کوانتش آن را به روش‌های معمول انجام داد تبدیل شد.

نتیجه‌گیری:

مدل CP(1) در فضای ناجابجایی، به علت حضور قیود نوع دوم در آن تقارن پیمانه‌ای مدل از بین رفت. در این تحقیق ما با استفاده از رهیافت BFT و معرفی میدان های کمکی و گسترش فضای فاز قیود نوع دوم را به نوع اول تبدیل کرده که با این کار به یک سیستم کاملا پیمانه‌ای، که کوانتش آن را می‌توان به روش‌های معمول انجام داد دست یافتیم. قیود و هامیلتونی نوع اول شده در فضای فاز گسترش یافته را که با معادله (۱۱) و (۱۸) نشان داده شده است را بدست آوردیم. سپس تابع پارش را برای این مدل نوشته که با بدست آوردن تابع پارش مشاهده می‌شود این مدل آماده کوانتش به روش‌های معمول است.

مرجع‌ها:

1. N. Seiberg, E. Witten, JHEP. 9909 (1999) 032.
2. 11451J. Polchinski, Phys. Rev. Lett. 755(1995) 4724.
3. P.A.M. Dirac, Lectures on Quantum Mechanics, Belfergraduate School, Yeshiva University Press, New York (1964).
4. A. Shirzad and M. Monemzadeh; Phys. Lett. B 584 (2004) 220.
5. M. Monemzadeh and A. Shirzad , Int.J.Mod. Phys. A 18(2003).
6. S.Gosh, Energy Crisss or a New Soliton in the Non-Commutative CP(1) Model, hep-th/0306045v2, 13 Aug 2003.
7. M. Monemzadeh and A. Shirzad; Phys. Rev. D 72 (2005) 045004.
8. L. D. Faddeev and V.N. Popov, Phys. Lett. B 25, 29 (1967).