

## استخراج شبکه‌ی کارکردی مدل تپه‌شنی و مقایسه‌ی آن با شبکه‌ی کارکردی عصبی مغز

زارع‌پور، مهدی<sup>۱</sup>؛ دهقان نیری، محمد<sup>۲</sup>؛ ولی‌زاده، علیرضا<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان، جاده گاوزنگ، زنجان

<sup>۲</sup>دانشگاه فیزیک و پژوهشگاه تغییر اقلیم و گرمایش زمین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان، جاده گاوزنگ، زنجان

### چکیده

در سال‌های اخیر یافتن یک فهم کمی از فعالیت مغز برای گروهی از پیشگامان در این زمینه مطرح بوده است. در این مقاله ویژگی‌های شبکه کارکردی حاصل از دینامیک مدل تپه‌شنی دو بعدی را با شبکه کارکردی حاصل از تصویرسازی تشدید مغناطیسی مقایسه شده است. نتایج ما این گمان که مغز یک سیستم خود ساماندهی بحرانی است را تقویت می‌کند.

### مقدمه

طی سال‌های اخیر مغز به منزله‌ی یک بافت پر سلولی با یاخته‌هایی که دینامیک غیر خطی آنها به صورت تجمعی به پدیده‌هایی نظیر شناخت، هوش و ... منجر می‌شود، توجه جمعی از فیزیکدانان را به خود جلب کرده است. چیاالوو (Chialvo) سال ۲۰۱۰ روی داده‌های تصویرسازی تشدید مغناطیسی کارکردی (fMRI) برای حالت استراحت مغز را مطالعه کرد. وی نتیجه گرفت: ویژگی‌های شبکه‌ایی که از تصاویر افام‌آرای مغزی بدست می‌آید با شبکه‌ی کارکردی استخراج شده از دینامیک مدل آیزینگ (۲ بعدی) صرفاً در نقطه‌ی بحرانی شباهت قابل توجهی دارد [۱]. این موضوع و سایر شواهدی که دلالت بر رفتار خودساماندهی بحرانی مغز داشت، انگیزه‌ای شد که برای مطالعه مدل تپه‌شنی (مدلی که باک، تنگ و ویزنفلد به عنوان مثالی از سیستم‌های خود ساماندهی بحرانی سال ۱۹۸۸ معرفی کردند [۲]) را انتخاب کنیم. نویسندگان معتقدند انتخاب مدل تپه‌شنی به دو دلیل بر انتخاب مدل آیزینگ توسط چیاالوو برتری دارد: اولاً دینامیک آن با مدل افراز-آتش که برای مدل سازی رفتار یاخته‌های عصبی استفاده می‌شود، شباهت زیادی دارد. ثانیاً دینامیک مدل‌های خود ساماندهی بحرانی نظیر تپه شنی بدون نیاز به پارامتر خارجی همواره در همسایگی نقطه بحرانی رخ می‌دهد [۳،۴].

### مدل تپه‌شنی

در مقاله‌ی چیاالوو، همسانی بین مدل آیزینگ و شبکه کارکردی مغز مطالعه شده است. بر اساس مطالعات چیاالوو اگر هر اسپین را به عنوان یک راس در یک گراف در نظر بگیریم و اسپین‌هایی که همبستگی بیشتری دارند با یال‌هایی در این گراف به هم وصل کنیم، گراف حاصل یک شبکه بدون مقیاس خواهد بود که وی آن را شبکه کارکردی مدل آیزینگ می‌نامد. مهمترین مشخصه چنین شبکه‌هایی رفتار توانی تابع توزیع درجه رئوس گراف خواهد بود. حال اگر همین کار برای عکس‌های افام‌آرای مغز، تکرار شود و وکسل‌هایی (Voxel) از شبکه که همبستگی کافی با هم دارد در گراف به هم وصول شوند، شبکه‌ی بدون مقیاسی بدست می‌آید که آنرا شبکه‌ی کارکردی مغز می‌نامند. ظاهراً این دو شبکه منشاء فیزیکی متفاوتی دارند، ولی نمای مقیاس تابع توزیع درجه رئوس آنها وقتی مدل آیزینگ در نقطه بحرانی باشد یکسان است [۱،۳].

به نظر می‌رسد ظهور چنین خواص مقیاسی در شبکه عصبی نشانگر دینامیک بحرانی در آن است. اما رفتار بحرانی مدل آیزینگ و ظهور خواص مقیاسی در شبکه کارکردی آن منوط به تنظیم دمای شبکه در همسایگی نقطه بحرانی خواهد بود.

در حالیکه به نظر می‌رسد مغز جزء سیستم‌های خود سامانده بحرانی باشد، که بدون دخالت عامل بیرونی دینامیک سیستم به سمت نقطه بحرانی سوق پیدا می‌کند. بنابراین ما کار چپالوو را برای مدل تپه‌شنی که از ساده‌ترین مدل‌های خود سامانده بحرانی محسوب می‌شود تکرار کردیم. که این مدل به مدل افراز-آتش شباهت زیادی دارد. در هر دو مدل تپه‌شنی (افراز-آتش) با رسیدن به یک حد آستانه یک فروریزش (پتانسیل کنش) رخ می‌دهد [۴].

### شبیه‌سازی

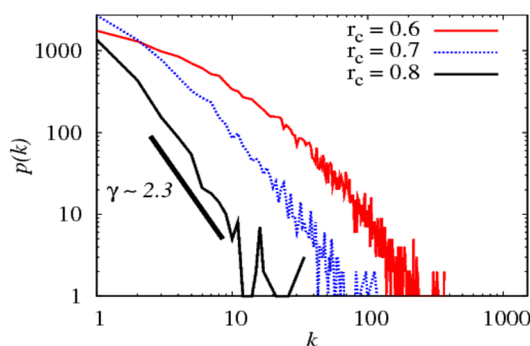
برای شبیه‌سازی شبکه‌ای  $N \times N$  با شرایط اولیه دلخواه ایجاد شده است. در هر مرحله ارتفاع خانه‌ای تصادفی یک واحد افزایش داده شده است. اگر ارتفاع آن از حد آستانه  $h_c = 4$ ، بگذرد فروریزش براساس معادلات (۱) اتفاق می‌افتد. برای نشان دادن فروریزش از معادلات (۱) استفاده کردیم [۳].

$$\begin{cases} h(x, y) \rightarrow h(x, y) - h_c, \\ h(x, y \pm 1) \rightarrow h(x, y \pm 1) + 1, \\ h(x \pm 1, y) \rightarrow h(x \pm 1, y) + 1. \end{cases} \quad (1)$$

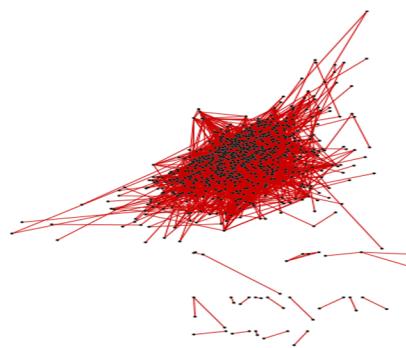
این کار را تکرار می‌کنیم تا ارتفاع هیچ خانه‌ای بیش از حد آستانه نباشد. پیکربندی حاصل نقطه شروع برای انتخاب تصادفی بعدی خواهد بود. دینامیک مدل تپه‌شنی بعد از سپری شدن وضعیت‌های گذرا که با الگوریتم سوختن قابل شناسایی است، به شرایط پایا می‌رسد که برای محاسبه کمیت‌های آماری مناسب است [۳]. در شرایط پایا، همبستگی ارتفاع بین خانه‌های  $h_{x_1}$  و  $h_{x_2}$  برای مدل تپه‌شنی به صورت،

$$r(h_{x_1}, h_{x_2}) = \frac{\langle h_{x_1} h_{x_2} \rangle - \langle h_{x_1} \rangle \langle h_{x_2} \rangle}{\sigma(h_{x_1}) \sigma(h_{x_2})} \quad (2)$$

محاسبه می‌شود که در آن  $\sigma(h_x) = \langle h_x^2 \rangle - \langle h_x \rangle^2$  است. با فرض ارگودیک بودن سیستم، نماد  $\langle \dots \rangle$  به معنی متوسط گیری آنسامبلی با متوسط گیری زمانی قابل جایگزینی است. حال اگر همبستگی  $r$ ، از یک مقدار آستانه  $r_c$ ، بیشتر بود دو نقطه همبسته را به عنوان رؤوس یک شبکه پیچیده با یک یال به هم متصل می‌کنیم و ماتریس همبستگی را برای شبکه پیچیده حاصل تشکیل می‌دهیم. نهایتاً این شبکه‌ی پیچیده [شکل ۱ (الف)] را به کمک بسته نرم افزاری سیتواسکپ (Cytoscape, ver 3.0.2) آنالیز می‌کنیم [۶].



(ب)



(الف)

شکل ۱: (الف) شبکه‌ی کارکردی مدل تپه‌شنی ۲ بعدی با اندازه ۳۲ تا ۸۰۱ راس و ۲۵۲۳ یال. (ب) نمودار تابع توزیع درجه رؤوس شبکه کارکردی مدل تپه‌شنی برای سه مقدار آستانه متفاوت  $r_c$ . خط پررنگ با شیب ۲/۳ برای راهنمایی چشم رسم شده است. شبیه‌سازی برای مدل تپه‌شنی با اندازه ۱۲۸ انجام شده است.

## نتایج

تابع توزیع درجه رئوس شبکه کارکردی مدل تپه شنی برای سه مقدار آستانه متفاوت  $r_c$  (۰/۶، ۰/۷ و ۰/۸) در شکل ۱ (ب) رسم شده است. رفتار مقیاسی این نمودار نشان می‌دهد که شبکه پیچیده حاصل یک شبکه بدون مقیاس (scale-free) می‌باشد.

تابع توزیع درجات از تابع مقیاسی  $p(k) \sim k^{-\gamma}$  پیروی می‌کند. برازش داده‌های شکل ۱ (ب) با ضریب رگرسیون ۰/۹۸۴ رفتار توانی با نمای  $\gamma = 2/31$  را نشان می‌دهند که تطابق خوبی با نمای تابع توزیع درجه رئوس شبکه کارکردی مغز، مقدار ۲، دارد [۱]. این نتایج به نتایج مدل آیزینگ در نقطه بحرانی (کار چپالوو،  $\gamma = 2/1$ ) نیز شباهت زیادی دارد [۵]. برای اطمینان از درستی تحلیل نتایج، شبیه سازی مدل آیزینگ تکرار شد تا با نتایج چپالوو قابل مقایسه باشد.

سایر ویژگی‌های مهم شبکه برای مدل تپه شنی ( $N = 64$ ) با مقدار آستانه  $r_c = 0/55$ ، و مدل آیزینگ در بالای دمای بحرانی، دمای بحرانی و پایین دمای بحرانی بترتیب با مقدار آستانه ۰/۱، ۰/۶، ۰/۰۹،  $r_c = 0/09$ ، با استفاده از نرم‌افزار سیتواسکپ محاسبه و در جدول ۱ گزارش شده است. نتایج کار چپالوو برای مقایسه و تایید الگوریتم‌ها به جدول اضافه شده است [۵].

جدول ۱: ویژگی‌های شبکه‌ی کارکردی مدل‌های تپه‌شنی، آیزینگ و مغز. داده‌های سطر آخر از مقاله چپالوو برداشته شده است [۵].

| $\gamma$ | دما  | قطر | ضریب خوشگی | میانگین کوتاهترین طول مسیر | اندازه شبکه | مشخصات                         |
|----------|------|-----|------------|----------------------------|-------------|--------------------------------|
|          |      |     |            |                            |             | شبکه کارکردی                   |
| ۲/۳۱     | -    | ۱۲  | ۰/۳۲۸      | ۴/۱۶                       | ۴۰۹۶        | مدل تپه‌شنی                    |
| -        | ۲    | ۴   | ۰/۱۰۲      | ۲/۶۷                       | ۴۰۹۶        | مدل آیزینگ (پایین دمای بحرانی) |
| ۲/۱۴     | ۲/۴۵ | ۲۴  | ۰/۴۷۶      | ۵/۶۹                       | ۴۰۹۶        | مدل آیزینگ (دمای بحرانی)       |
| -        | ۱۰   | ۶   | ۰/۰۸۹      | ۳/۸۵                       | ۴۰۹۶        | مدل آیزینگ (بالای دمای بحرانی) |
| ۲        | -    | ۱۳  | ۰/۴۵۳۶     | ۴/۴                        | ۲۶۹۸۵       | مغز                            |

شبکه‌ی حاصل از مدل تپه‌شنی بدلیل خاصیت غیر تعادلی و رفتار خودسامانده بحرانی در شرایطی قرار دارد که با اضافه کردن یک شن ممکن است کل سیستم دچار تحول شود. بنابراین در این سیستم خانه‌هایی بصورت هاب در شبکه وجود دارند که اکثر خانه‌ها به آنها متصل هستند. این ویژگی به صورت ضریب خوشگی بزرگ ظاهر می‌شود (جدول ۱). این ویژگی در مغز نیز قابل مشاهده است و انتقال اطلاعات را تسهیل می‌کند. ممکن است نتایج حاصل به صورت بسیار کیفی این گمان را تقویت می‌کند که سازوکار رشد دندریت‌ها و ایجاد اتصالات جدید سیناپسی در مراحل اولیه رشد مغز می‌تواند تحت تاثیر همبستگی دینامیک آنها به شبکه بدون مقیاس منجر شده باشد [۵]، البته این نکته نباید فراموش شود که شبکه عصبی و شبکه کارکردی مغز با هم تفاوت‌های اساسی دارند.

## مرجع‌ها

1. D. R. Chialvo, *Nature Phys.* **6**, 744 (2010).
2. P. Bak, et al., *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988).
3. V. M. Eguiluz, et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 018102 (2005); D. Dhar, arXiv:cond-mat/9909009v1 (1999).
4. P. Dayan and L. F. Abbott, *Theoretical neuroscience* (The MIT Press, 2001).
5. D. Fraiman, et al., *Phys. Rev. E* **79**, 061922 (2009).
6. Y. Nikolsky and J. Bryant, *Protein networks and pathway analysis* (Humana Press, 2009).