قسمت اول

۲۰۱۰/۰۹/۲۱
۰۲:۱۲ ب.ظ

پیشگفتار

هدف این کلاس ها آشنایی با فیزیک ذرات بنیادی است. در این سری کلاس ها، به خصوص در چند جلسه ی اول، من تلفیقی از دید تاریخی و دید پیراسته ی پداگوژیک را برمی گزینم. نگرش تاریخی مطلق به فیزیک به طور عام و فیزیک ذرات بنیادی به طور خاص خود علمی جداگانه است که مستلزم لحاظ کردن ظرائف و دقت تاریخ نگاری نیز هست. چنین رهیافتی مورد نظر من در این دوره از کلاس ها نیست. با این حال توصیه می کنم در آینده بعد از آن که به قدر کافی با فیزیک ذرات آشنا شدید و شیوه های متعارف محاسبه در فیزیک ذرات را آموختید، با دید تاریخی فیزیک ذرات را مرور کنید. یک مرجع مناسب برای چنین مطالعه ای کتاب زیبای زیر است:

Constructing Quarks: A sociological history of particle physics, by Andrew Pickering

مطالعه ی مراحل تکوین تئوری های فیزیک، راهنمایی برای برداشتن قدم های بعدی در تئوری سازی است. در چند جلسه ی اول من وارد فرمالیزم نخواهم شد. اما امیدوارم در آخر این دوره هم با فرمالیزم مدل استاندارد آشنا شویم (تا جایی که به سادگی بتوانیم محاسبات متعارف سطح مقطع پراکندگی و واپاشی و ... را انجام دهیم) و هم اهمیت فیزیکی هر فرمالیزم را دریابیم و نسبت به آن شهود فیزیکی کسب کنیم. شرکت در سمینارهای هفتگی پدیده شناسی فیزیک ذرات مکمل این کلاس هاست.

ترتیب مطالب ارائه شده در این کلاس ها به ترتیبی خواهد بود که به نظر من باید در ذهن یک فیزیکیست ذرات بنیادی که برای کار تحقیقی روز در این رشته آماده می شود اولویت داشته باشد. در نتیجه ترتیب مطالب لزوماً با ترتیب تاریخی کشف پدیده ها و یا اثبات قضایا و... همخوانی ندارد.

حتی، لزوماً ترتیب منطقی نیز رعایت نشده است. به عبارت دیگر A نتیجه می‌دهد B را درنظر بگیرید. ممکن است B نتیجه‌ای باشد که باید همواره در ذهن یک پژوهشگر انرژی‌های بالا به‌طور فعال باشد (حتی اگر ۳ نصف شب او را از خواب بیدار کنند و از او در این باره سؤال کنند.) درحالی که A هرچند که زیربنای B است آن قدر برای پژوهش ضروری نباشد. در این صورت ممکن است روی B تأکید بیشتری داشته باشم و قبل از A آن را بیان کنم. در آخر دوره هم A و هم B و هم رابطه‌ی این دو تشریح خواهند شد. (برای امتحان آخر ترم هم بر A و هم بر B و هم به رابطه‌ی این دو باید تسلط داشته باشید.)

پدیده‌شناسی فیزیک ذرات اقیانوسی عظیم است و من ادعا نمی‌کنم که وجب به وجب این اقیانوس عظیم را تا اعماق آن در این درس خواهیم پیمود. اما سعی خواهیم کرد که با نقشه‌ی کلی این اقیانوس و حدود و ثغور آن آشنا شویم. همچنین سعی خواهیم کرد دریابیم عمق هر قسمت آن چه قدر است. بالاخره شنا کردن در این اقیانوس را (بخوانید کار با فرمالیزم) خواهیم آموخت هرچند غواصی و شنا در قسمت‌های طوفانی آن (بخوانید محاسبات غیر اختلالی، محاسبات نظریه میدان در دماهای غیرصفر ...) مهارت‌های ویژه‌ای می‌طلبد که ورای مقصود این درس است. کسب چنین مهارت‌هایی و همچنین عمیق‌تر شدن و "جاافتادن" مطالب این کلاس به تدریج و در طول سالیان متمادی کار پژوهشی و شرکت در سمینارها و ... حاصل می‌شود.

مقدمه:

ذرات بنیادی اجزای تشکیل‌دهنده‌ی عالم هستند که خود به اجزای سازنده تقسیم نمی‌شوند. الکترون و فوتون از جمله ذرات بنیادی هستند که شما همگی از زمان دبیرستان با نام آنها آشنا هستید. بنا به فیزیک استاندارد،

کنونی (سپتامبر ۲۰۱۰) ذرات بنیادی شناخته شده از این قرارند:

(۱) بوزون ها که خود بر دو نوع هستند: (الف) بوزون ها با اسپین ۱ (شامل فوتون (γ)، Z^0، W^+، W^- و هشت گلئون (g)) (ب) بوزون با اسپین صفر که هیگز نام دارد. هیگز تنها ذره در چارچوب مدل استاندارد است که تاکنون کشف نشده است

(۲) فرمیون ها فرمیون های مدل استاندارد همگی اسپین $\frac{1}{2}$ دارند.
فرمیون های مدل استاندارد را به دو گروه تقسیم می شود (الف) کوارک ها (ب) لپتون ها. کوارک ها و لپتون های مدل استاندارد در جدول زیر آمده اند:

	کوارک ها		لپتون ها	
نسل اول:	d	u	ν_e	e
نسل دوم	s	c	ν_μ	μ
نسل سوم	b	t	ν_τ	τ

نام این ذرات از این قرارند:

e = الکترون μ = میون τ = تائو لپتون

(تا هیچ τ را تائون می نامند. اما من این نامگذاری را از ایرانی ها شنیده ام
یک بار در یک جمع خارجی گفتم تائون به من خندیدند!)

ν_e = نوترینوی الکترون

ν_μ = نوترینوی میون

ν_τ = نوترینوی تائو

u = up-quark d = down-quark

c = charm-quark (افسون) s = strange یا s-quark (شگفتی)

t = top-quark (قدیم ها به آن truth هم می گفتند.) b = bottom (به آن beauty هم می گفتند)

ملاحظه می‌کنید که در جدول فرمیون‌ها در ۳ نسل تقسیم شده‌اند (نسل‌ها را گاهی خانواده family هم می‌نامند.) هر نسل از نظر اعداد کوانتومی شبیه نسل قبل است اما جرم بالاتر دارد. به عنوان مثال، بار الکتریکی این ذرات در جدول زیر نشان داده شده است.

ذره	نسل	بار الکتریکی
u	۱	$+\frac{2}{3}$
c	۲	$+\frac{2}{3}$
t	۳	$+\frac{2}{3}$
d	۱	$-\frac{1}{3}$
s	۲	$-\frac{1}{3}$
b	۳	$-\frac{1}{3}$
ν_e	۱	۰
ν_μ	۲	۰
ν_τ	۳	۰
e	۱	-1
μ	۲	-1
τ	۳	-1

جالب است بدانید که هر نسل باید کامل باشد وگرنه ساختار تئوریک مدل استاندارد آن چنان که می‌شناسیم به هم می‌ریزد. به عنوان مثال اگر تنها e و ν_e وجود می‌داشت اما کوارک‌های نسل اول یعنی u و d در طبیعت وجود نداشتند، تئوری مدل استاندارد دچار اشکال می‌شد. در اواخر این دوره از کلاس‌ها به این موضوع برمی‌گردیم و علت را توضیح می‌دهم. با این حال نمی‌دانیم چرا طبیعت بیش از یک نسل از ذرات بنیادی در خود دارد! همچنین وجود نسل چهارم هنوز یک سؤال باز هست. اما شواهد غیرمستقیمی وجود دارد که امکان وجود نسل چهارم را زیر سؤال می‌برد (هرچند به طور کامل رد نمی‌کند).

جالب است بدانید که بحث وجود و یا عدم وجود نسل چهارم در این زمان درست برعکس وضعیت بحث وجود نسل سوم در دهه‌ی ۷۰ میلادی است. اولین عضو خانواده‌ی سوم یعنی τ در سال ۱۹۷۴ تا ۱۹۷۸ توسط تیمی به رهبری پرل در SLAC کشف شد. این در حالی است که در سال

۱۹۷۳ کوبایاشی و ماسکاوا، براساس شواهدی که از مشاهده به دست آمده بود، وجود نسل سوم را پیش بینی کرده بود. چگونگی این پیش بینی را در اواسط دوره توضیح خواهم داد. در سال ۱۹۷۷ نیز لئون لدرمن در آزمایشگاه فرمی b-quark را کشف نمود.
(لئون لدرمن در سال ۱۹۶۲ نیز موفق به کشف ν_μ شده بود.)

شاید نام گراویتون را شنیده باشید که بنا به برخی فرضیه‌ها همان نقشی را برای گرانش بازی می‌کند که فوتون برای برهمکنش الکترومغناطیسی بازی می‌کند.
البته همان گونه که می‌دانید هنوز تئوری کوانتمی مناسب و بی ایرادی برای گرانش وجود ندارد. در نتیجه گراویتون را نمی‌توان جزو ذرات مدل استاندارد به حساب آورد. اگر واقعاً ذره‌ای با ویژگی‌های گراویتون در طبیعت وجود داشته باشد اسپین آن باید برابر ۲ باشد.
آیا می‌توانید حدس بزنید جرم آن باید چقدر باشد؟!

هادرون ها   ذرات بنیادی که برهمکنش قوی ندارند (یعنی لپتون ها، فوتون و...) می‌توانند به طور آزاد در طبیعت حضور داشته باشند. اما ذرات بنیادی‌ای که برهمکنش قوی دارند در طبیعت به طور آزاد یافت نمی‌شوند. این ذرات همواره داخل ذرات دیگری که هادرون نام دارند محصور شده‌اند.
هادرون ها خود بر دو نوع هستند مزون‌ها و باریون‌ها.
باریون ها اسپین نیمه صحیح دارند و مزون‌ها اسپین صحیح. این به آن معناست که تعداد کوارک‌های داخل باریون ها فرد است اما تعداد کوارک‌های داخل مزون‌ها زوج. به این نکته باز خواهیم گشت.
سبک ترین و همچنین معروف‌ترین باریون همان پروتون است که با p نشان داده می‌شود. جرم پروتون برابر است با $1.672\times10^{-27}\,kg$
بنابراین:
$m_pc^2=938\ MeV$ از این به بعد جرم‌ها را در واحد MeV و GeV

بیان خواهم کرد.

نوترون که با n نمایش داده می‌شود اندکی سنگین‌تر است:

$$m_n - m_p \simeq 1.3 \text{ MeV}$$

همواره به خاطر داشته باشید $m_n \simeq m_p \simeq 1 \text{ GeV}$

و $m_n - m_p \sim 1 \text{ MeV}$.

در جلسات بعد باریون‌های بیشتری را معرفی خواهم کرد.

پروتون‌ها و نوترون‌ها چنان که می‌دانید اجزای تشکیل دهنده‌ی هسته‌ها هستند.

nucleus = N = هسته

nuclei = هسته‌ها

اجزای تشکیل دهنده‌ی هسته = nucleon = n یا p

پروتون پایدار است: $\tau_p > 10^{31} - 10^{33}$ سال (2.1×10^{29} yr) حد مشاهداتی

بسته به آن که به چه چیز واپاشی کند.

مقایسه کنید با عمر دنیا که برابر است با ۱۳٫۷۳ Gyr !

فکر می‌کنید چه طور می‌توان در طول عمر یک آزمایش به چنین حد مشاهداتی دست یافت؟

دو تا مسأله:

(۱) فرض کنید آزمایشگاهی پس از یکسال روی زمان واپاشی پروتون (معکوس آهنگ واپاشی اش) حد 10^{31} سال می‌گذارد. (الف) با فرض آن که این آزمایشگاه از مخزنی از آب تشکیل شده باشد باید چه قدر وزن داشته باشد؟ (ب) این آزمایش پس از دو سال چه حدی را می‌تواند به دست آورد؟

(۲) از آغاز تکوین تاکنون حداکثر چه مقدار جرم از خورشید در اثر واپاشی می‌تواند از دست رفته باشد. این مقدار را مقایسه کنید با انرژی (=جرم) که در اثر تابش از سطح خورشید کم شده است.

$\boxed{\text{نوترون} \quad n}$ برعکس پروتون، نوترون ناپایدار است.

زمان واپاشی نوترون (معکوس آهنگ واپاشی) برابر است با

$$\tau_n = ۸۸۵{,}۷ \pm ۰{,}۸ \ \text{sec}$$

کمتر از یک ساعت!

چطور ما هنوز زنده ایم؟

$n \to p^+ e^- \bar{\nu}_e \qquad Br(n \to p^+ e^- \bar{\nu}_e) \simeq 100\%$

$n \to p^+ e^- \bar{\nu}_e \gamma \qquad Br(n \to p^+ e^- \bar{\nu}_e \gamma) \simeq 3 \times 10^{-3}$

تعریف branching ratio

$$Br(A \to X) \equiv \frac{\Gamma(A \to X)}{\Gamma_{tot}}$$

branching ratio ≡ نسبت انشعاب

سر دعوا نرخ تعیین کردن:

ترجمه ی decay rate = آهنگ واپاشی

~~ترجمه " " ≠ نرخ واپاشی~~

در جلسات بعدی با باریون های بیشتری آشنا می شویم

مزون ها

چند مورد از مزون ها که حتما باید بشناسید:

$\pi^+ \quad \pi^- \quad \pi^0$ — $\boxed{\text{اسپین} = 0}$

$K^+ \quad K^- \quad K_S^0 \quad K_L^0$ — $\boxed{\text{اسپین} = 0}$

η — $\boxed{\text{اسپین} = 0}$

$\rho^+ \quad \rho^- \quad \rho^0$ — $\boxed{\text{اسپین} = 1}$

J/ψ — $\boxed{\text{اسپین} = 1}$

فهرست ذرات بنیادی و خواص آنها و اطلاعات بسی بیشتر

Particle data group = PDG

قابل دسترسی در

http://pdg.lbl.gov

$\pi^{\pm}$ $\quad m = 139.57$ MeV

Mean life $\tau = 2.6 \times 10^{-8}$ sec

G پاریته $\qquad$ پاریته

$$I^G(J^P) = 1^-(0^-)$$

Isospin $\qquad$ Spin

یعنی اسپین این دوذره 0 است.

π^0 $\quad m = 134.9766$ MeV

charge conjugation Parity

$$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$$

$\eta \qquad I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$

$m_\eta = 548$ MeV

$K^+, K^- \qquad I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$

$m_K = 494$ MeV

Mean life $\tau = (1.24) \times 10^{-8}$ sec

یادآوری

$\tau_{\frac{1}{2}} =$ half-life $=$ نیم‌عمر

$\tau =$ mean lifetime $=$ زمان واپاشی

$$N_t = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{\frac{1}{2}}}$$

$$N_t = N_0 \, e^{-t/\tau}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2$$

K^0 $\quad \{ K_S \qquad$ K-short

K^0 $\begin{cases} K_S & \text{K-Short} \\ K_L & \text{K-Long} \end{cases}$

$$m_{K^0} = 497.614 \pm 0.024 \text{ MeV}$$

$$m_{K^0} - m_{K^\pm} = 3.9 \text{ MeV}$$

$m_{K_S} - m_{K_L} \neq 0$ اما $\lll m_{K_S}$

$= 0.5 \times 10^{10} \hbar s^{-1} \sim 10^{-12}$ MeV

KTeV collaboration

Alavi-Harati et al, PRD (2003)

Life time

K^0_S

mean life $\tau = 0.89 \times 10^{-10}$ sec

$K^0_S \to \pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-$ ← two-body decay

K^0_L

mean life $\tau = 5 \times 10^{-8}$ sec

$K^0_L \to \begin{cases} \pi^\pm e^\mp \nu_e & K^0_{e3} \leftarrow \text{نامگذاری} \\ \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu & K^0_{\mu 3} \\ 3\pi^0 & \\ \pi^+\pi^-\pi^0 & \end{cases}$

↖ three-body decay

به تدریج هرکدام از این عدد ورقم‌ها برایتان معنی‌دار خواهد شد.

J/ψ $\quad I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$

Spin of $J/\psi = 1$

$m = 3096$ MeV

ی دانید چرا J/ψ چنین اسم عجیبی دارد؟

در ۱۱ نوامبر ۱۹۷۶ دو گروه همزمان کشف آن را اعلام کردند:

گروه SLAC به سرپرستی Burton Richter

Samuel Ting   گروه Brookhaven به سرپرستی

کشف J/ψ از جمله کشف هایی است که در شکل گیری مدل استاندارد به گونه‌ای که ما امروزه می‌شناسیم نقش اساسی بازی کرد..

پاد ماده = ضد ماده = antimatter

آیا توجه کردید که در جداول وارقام بالا جرم π^+ دقیقاً برابر π^- گزارش شده و جرم K^+ دقیقاً برابر K^- گزارش شده است.

برابر نهادن جرم این دو یک نکته ی آزمایشگاهی نیست بلکه یک نکته ی تئوری است.

درواقع چنان که در درس نظریه میدان خواهید دید و دراین کلاس ها هم به آن بانگرشی خاص خواهیم پرداخت، اصول نظریه میدانی که می‌شناسیم (اصولی مانند حقیقی بودن لاگرانژی وبقای بار) نتیجه مشاهداتی مهمی دارند:

متناظر با هر ذره با بار Q ذره ی دیگری در طبیعت وجود دارد که دقیقاً همان جرم و دیگر خواص را دارد جز آن که بار آن $-Q$ است.

اصطلاحاً گفته می‌شود این دو ذره پادذره ی همدیگر هستند.

π^+ و π^- و همچنین K^+ و K^- پاد ذره ی یکدیگرند برای همین جرم آنها باید دقیقاً برابر هم باشد.

ذره ی A را درنظر بگیرید. پادذره ی آن با $\bar{A}$ نمایش داده می‌شود

به طور مثال: پادذره ی u = $\bar{u}$ ، پادذره ی ν_e = $\bar{\nu}_e$

$\bar{\nu}_e$ = electron anti-neutrino

پاد ذره ی P = $\bar{P}$ = antiproton

دراین میان تنها پادذره ی الکترون است که نام خاص دارد: پوزیترون

معمولا پوزیترون را باعلامت e^+ نشان می‌دهند نه با $\bar{e}$.

همچنین آنتی میون را با علامت μ^+ نمایش می‌دهند.

ازنظر تاریخی π^+ و π^- همزمان یافت شده‌اند برای همین در نامگذاری

هیچکدام ارجحیت ندارند و به ترتیب pi-plus و pi-minus خوانده

می شوند. همین طور k-plus $=K^+$ و k-minus $= K^-$

همان طوری که گفته شد برابری دقیق جرم ذره و پادذره نتیجه اصول

بنیادی نظریه میدان است. از طرف دیگر چنان که می دانیم هر اندازه گیری

دقت محدودی دارد. در زیر، برابری جرم ذره و پادذره را از دید تجربی

و آزمایشگاهی بررسی می کنیم. ذره A و پادذره ی آن را در نظر بگیرید.

فرض کنید جرم هر دوی این ذرات اندازه گرفته شده و نتیجه به صورت

زیر گزارش شده است:

$$A \text{ جرم} = m_A \pm \Delta m_A$$

$$\bar{A} \text{ جرم} = m_{\bar{A}} \pm \Delta m_{\bar{A}}$$

درمورد تمام ذرات و پادذراتی که تاکنون اندازه گیری درمورد آنها

صورت گرفته است

$$|m_{\bar{A}} - m_A| < \sqrt{(\Delta m_{\bar{A}})^2 + (\Delta m_A)^2}$$

از اقتضای نظریه میدان انتظار داریم که با بهتر شدن دقت آزمایش

(به عبارت دیگر با کوچک تر شدن سمت راست نامساوی) این

رابطه ی نامساوی همچنان برقرار بماند اگر در آینده دقت ها بالا بروند

و مشخص شود که

$$|m_{\bar{A}} - m_A| > \sqrt{(\Delta m_{\bar{A}})^2 + (\Delta m_A)^2}$$

انقلابی در فیزیک رخ می دهد. به نظر شما از چنین مشاهده ای چه

نتیجه ای می توان گرفت؟

در اینجا باید بر چند نکته تاکید کرد:

(۱) دیراک معادله ی معروف خود را [معادله ی $(\gamma - m)\psi = 0$]

را در سال ۱۹۲۷ فرمول بندی کرد. چنان که در درس نظریه میدان

خواهید دید، معادله دیراک جواب هایی با انرژی منفی نیز دارد. در ابتدا

تعبیر چنین حالاتی با انرژی منفی جای سئوال بود. دیراک تعبیری را ارائه

کرد که هرچند اکنون تعبیری منسوخ است اما به علت زیبایی و خیال انگیز
بودن هنوز فراموش نشده است. به تعبیر او دریایی بیکران از الکترون ها با
انرژی منفی وجود دارد. اگر یکی از این ذرات انرژی بگیرد، جای خالی آن
مانند یک الکترون با همان جرم ولی با انرژی و بار مثبت عمل می کند.
ابتدا دیراک در نظر داشت پروتون ها را چنین تعبیر کند اما چنان
که می دانید جرم پروتون حدود ۲۰۰۰ مرتبه بزرگتر است در نتیجه این
تعبیر کار نمی کند. در سال ۱۹۳۱ اندرسون پوزیترون را کشف نمود
جالب است که بدانید که در همین سال، هایزنبرگ تعبیر حفره و الکترون
را برای توصیف نیمه رساناها به کار برد. این مفهوم در بین فیزیکپیشگان
ماده چگال هنوز کاربرد دارد. اما تعبیر دریای انرژی منفی دیراک منسوخ
شده است. در دهه ی چهل فاینمن و اشتاکلبرگ تعبیر مدرن
پاد ماده را ارائه دادند. در سال ۱۹۵۵، آنتی پروتون، $\bar{p}$،
توسط Segre و Chamberlin در آزمایشگاه Bevatron
واقع در دانشگاه برکلی کشف شد.

(دقت کنید که Bevatron (Billions of eV synchrotron)
با بتاترون فرق می کند. بتاترون نوع خاصی از شتابدهنده ی
الکترون است که الکترون ها را حداکثر تا انرژی 300 MeV
می تواند شتاب دهد. بد نیست به خاطر داشته باشید که بتاترون
در آنکولوژی و... هم کاربرد دارد. اما بواترون یک اسم خاص
است. بواترون شتابگری در برکلی بود که پروتون ها را شتاب می داد.
تا سال ۲۰۱۱ بواترون از میان برداشته خواهد شد.)

(۲) منظور از "بار" اینجا لزوماً بار الکتریکی نیست. بلکه هرگونه
عدد کوانتمی پایسته است که متناظر با یک تقارن پیوسته باشد. چنان
که خواهیم دید به هر تقارن پیوسته می توان یک بار نسبت داد.
ذره ی نوترون (n) را در نظر بگیرید که از لحاظ بار الکتریکی چنان

ذره ی نوترون (n) را در نظر بگیرید که از لحاظ بار الکتریکی چنان که می‌دانید خنثی است. اما چنان که خواهید دید به این ذره می‌توان بار پایسته‌ی دیگری نسبت داد که عدد باریونی نام دارد. در نتیجه متناظر با نوترون باید ذره‌ی دیگری وجود داشته باشد با همان جرم اما عدد باریونی مخالف. همان طوری که می‌دانید نوترون در سال ۱۹۳۲ و توسط چادویک شناسایی شد. کشف پادنوترون $\bar{n}$ به سال ۱۹۵۶ (یک سال بعد از آنتی پروتون) در بواترون توسط بروس کرک اتفاق افتاد.

دقت کنید که یک ذره می‌تواند بیش از یک نوع بار داشته باشد. مثلاً پروتون هم بار الکتریکی دارد و هم بار "باریونی". بار الکتریکی و "باریونی" آنتی پروتون هر دو منفی بارهای متناظر پروتون هستند.

(۳) جهان پیرامون ما از ماده (پروتون و نوترون و الکترون) ساخته و مقدار پاد ماده (آنتی پروتون و آنتی نوترون و پوزیترون) در آن کم است. علت این بی‌توازنی بین ماده و پادماده از سئوالات حل نشده‌ی فیزیک و موضوع داغ پژوهش است.

(۴) اگر پوزیترون با الکترون برخورد کند، هر دو از بین می‌روند و دو فوتون تولید می‌شود: $e^- + e^+ \longrightarrow \gamma + \gamma$

آیا می‌توانید حدس بزنید انرژی فوتون‌ها از چه مرتبه‌ای باید باشد؟ به زودی در این کلاسها و کلاسهای نظریه میدان محاسبه سطح مقطع برخورد چنین برخوردهایی را می‌آموزیم.

(۵) نه تنها فرمیون‌های بنیادی هر کدام پادذره دارند ($u \leftrightarrow \bar{u}$، $d \leftrightarrow \bar{d}$، $e^- \leftrightarrow e^+$، $\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$) بلکه ذراتی که از ترکیب این ذرات به وجود می‌آیند هم باید پادذره داشته باشند: $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$، $\bar{p} \leftrightarrow p$، $\bar{n} \leftrightarrow n$ و...

جرم این ترکیبات هم از اجزای تشکیل دهنده سهم می‌گیرند و هم از انرژی

همبستگی ذرات. جرم ذرات ترکیبی مانند π و p و n نیز باید دقیقاً برابر جرم پادذره‌ی متناظر باشند. از ترکیب $\bar{p}$ و e^+ می‌توان اتم پادهیدروژن ساخت. اولین بار این اتم در سال ۱۹۹۵ و در آزمایش LEAR واقع در CERN ساخته شده است. انتظار داریم ترازهای انرژی اتم پادهیدروژن مشابه ترازهای انرژی اتم هیدروژن باشد. هر انحرافی از این برابری، پایه‌های اساسی نظریه‌ی میدان را دچار تزلزل خواهد کرد. با توجه به اهمیت چنین آزمایشی فکر می‌کنید که دلیل چنین تعویقی در انجام آزمایش چه بوده است؟ چرا بلافاصله پس از تولید $\bar{p}$ در سال ۱۹۵۵ به فکر ساختن اتم پادهیدروژن نیافتادند؟!

جرم های ذرات بنیادی

می دانید کدام یک از ذرات بنیادی بی‌جرم هستند؟

جواب : فوتون ، گلوئون

همان‌گونه که حتماً شنیده‌اید و فرمالیزم آن را بعداً به دقت مطالعه خواهیم کرد. فوتون و گلوئون به ترتیب ذرات واسط برهمکنش‌های الکترومغناطیسی و قوی هستند.

پتانسیل میدان الکتریکی یک ذره باردار نقطه‌ای چنان که می‌دانید به صورت $\frac{1}{r}$ کم می‌شود. اگر ذره واسط جرم دار بود نیرو کوتاه بردی شد و به صورت $\frac{e^{-mr}}{r}$ کم می‌شد که در آن m جرم ذره‌ی واسط است.

همان طوری می‌دانید نیروی ضعیف کوتاه برد است بنابراین $W^{\pm}$ و Z که ذرات واسط این نیرو هستند باید جرم دار باشند.

$$m_Z = 91 \text{ GeV}$$

$$m_{W^{\pm}} = 80 \text{ GeV}$$

بُرد نیروی ضعیف را تخمین بزنید.

نشان دهید در واحدهای طبیعی ($\hbar = c = 1$)

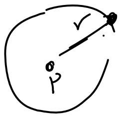
$$1 = 197\ MeV\ fm \qquad fm = 10^{-13}\ cm$$

این رابطه باید همواره در ذهن شما باشد.

پس جواب سؤال:

برد نیروی ضعیف $\sim \frac{1}{m} \sim \frac{1}{100\ GeV} \sim 2 \times 10^{-16}\ cm$

مقایسه کنید با ابعاد اتم سدیم:

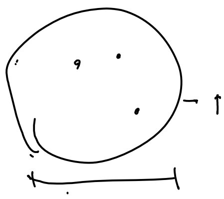


$$\langle r \rangle = 1\ \mathring{A} \sim 10^{-8}\ cm \quad (\sim eV^{-1})$$

یا ابعاد هسته سرب ^{208}Pb

$10^{-12}\ cm$ $(\sim MeV)^{-1}$

یا ابعاد پروتون



$10^{-13}\ cm \sim (GeV)^{-1}$

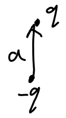
سؤال: با این که ذره‌ی واسط نیروی قوی بی‌جرم است چرا در ابعاد فراهسته‌ای با این نیرو سروکار نداریم؟ (همان طور که می‌دانید نیروی شیمیایی و نیروی ماهیچه‌ها و ... همه ریشه در نیروی الکترومغناطیسی دارند. ما در ابعاد ماکروسکوپیک تنها با نیروی الکترومغناطیسی و گرانش سروکار داریم.)

برای پاسخ‌گویی به این سؤال اجازه دهید اندکی الکترومغناطیس کلاسیک را مرور کنیم. ذره‌ای با بار q را در نظر بگیرید که در مبدأ دستگاه مختصات قرار دارد. پتانسیل الکتریکی با فاصله به صورت زیر کم می‌شود:

$$V \propto \frac{q}{r}$$

حال دو ذره با بار q و $-q$ را در نظر بگیرید که با فاصله‌ی $\vec{a}$

از یکدیگر قرار دارند:



رفتار پتانسیل الکتریکی به این صورت است

(به ازای $|\vec{r}| \gg |\vec{a}|$)

$$V \propto \frac{d\cdot\vec{r}}{r^3}$$

که در آن $d = q\vec{a}$ بنابراین در هر جهت شعاعی

افت پتانسیل (و در نتیجه نیرو) با فاصله در مورد دوقطبی سریع‌تر

از تک قطبی است. در واقع بارهای مثبت و منفی اثر همدیگر را کم می‌کنند.

اگر دقیقاً روی هم قرار بگیرند ($a=0$) اثر صفر خواهد بود. علت آن که ما در

ابعاد ماکروسکوپیک اثری از نیروی قوی نمی‌بینیم پدیده‌ای مشابه

است. البته برهمکنش قوی پیچیده‌تر از برهمکنش الکترومغناطیسی است.

برهمکنش توسط خاصیتی که به رنگ مرسوم است داده می‌شود. برای همین به

برهمکنش قوی کرومودینامیک هم اطلاق می‌شود. نکته در اینجاست که

اجزای تشکیل دهنده‌ی هادرون‌ها (باریون‌ها و مزون‌ها) در حالاتی

هستند که هادرون بی‌رنگ است. البته نوکلئون‌های سازنده‌ی

هر هسته با این که هرکدام بی‌رنگ هستند با برهمکنش قوی کنار هم نگاه داشته شده‌اند

(در غیر این صورت نیروی دافعه‌ی بین پروتون‌های هسته، هسته را متلاشی

می‌کرد.) ماجرا شبیه همان ماجرای دوقطبی است با آن که بار خالص دوقطبی

صفر است اما باز هم دوقطبی الکتریکی می‌تواند برهمکنش الکتریکی داشته باشد ولی

با بردی کوتاه‌تر. در مورد هسته‌ها هم اتفاق مشابه (البته بسیار

پیچیده‌تری) می‌افتد. نوکلئون‌های هسته هرچند حالت بی‌رنگی می‌سازند

اما باز هم باهم برهمکنش قوی دارند. ولی برد این برهمکنش آن قدر

نیست که برای توصیف هسته‌ی مجاور در شبکه‌ی یک فلز مهم باشد.

در فاصله بین هسته‌ها در جامدهایی که می‌شناسیم برهمکنش قوی

قابل صرف‌نظر کردن است

حال به سراغ فرمیون های مدل استاندارد برویم. ابتدا لپتون های باردار را مورد بحث قرار می دهیم:

ذره	جرم	عمر متوسط
e^-	$0.5\,MeV$	$> 4.6\times10^{26}\,yr$
μ^-	$105.6\,MeV$	$2\times10^{-6}\,sec$
τ^-	$1.776\,GeV$	$3\times10^{-13}\,sec$

دقت کنید که با آن که برهمکنش های e^- با μ^- و τ^- برابر است، الکترون پایدار است $(\tau_{e^-} > 4\times10^{26}\,y)$ اما μ^- و τ^- سریعاً واپاشی می کنند.

علت چیست؟

قانون بقای انرژی مومنتوم ⇐ هر ذره ی تواند تنها به ذرات سبک تر از خود واپاشی کند. چون ذره ی باردار سبک تر از e^- نداریم و از طرف دیگر بار الکتریکی پایسته است، الکترون پایدار می ماند. در واقع الکترون چیزی پیدا نمی کند که به آن واپاشی کند (سئوال:).

آیا امکان ذره باردار آزاد سبک تر از الکترون در طبیعت وجود داشته باشد ولی ما تاکنون از وجود آن بی خبر بوده باشیم؟! جواب منفی است اما لذا باید درباره آن بحث کرد.

مدهای واپاشی میون

مد واپاشی اصلی

مد مسیشل: $\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ $\quad Br(\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \simeq 100\%$ $\quad 98.6\%$

radiative mode: $\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \gamma$ $\quad Br(\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \gamma) \simeq 1.4\%$

$\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu e^+ e^-$ $\quad Br(\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu e^- e^+) \simeq 3\times10^{-5}$

مدهایی که مشاهده نشده اند

$Br(\mu^- \to e^- \gamma) < 1.2\times10^{-11}$

حد بسیار مهم در شکل گیری مدل استاندارد به شکلی که می شناسیم

(چرا غ راه مدل سازی ورای مدل استاندارد.)

محاسبه ی آهنگ واپاشی هر مدرای آموزیم (با تاکید ویژه بر مورد اول)

تا ۳ ع مهم هستند!

واپاشی τ

$Br(\tau^- \to \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) \simeq 20\%$

$Br(\tau^- \to e \bar{\nu}_e \nu_\tau) \simeq 20\%$

} leptonic decay modes

$Br(\tau^- \to \nu_\tau \pi^-) \simeq 11\%$ ← hadronic decay modes

⋮

نوترینوها

$m_{\nu_e} < 2.2\ eV$ ← Katrin

اما مشاهدات اخیر نشان می‌دهد جرم نوترینوها غیرصفر است.

در چارچوب مدل استاندارد "قدیم"، جرم نوترینوها صفر بود.

اما از سال ۱۹۹۸ شکی باقی نمانده که جرم نوترینوها (حداقل دوتا از آنها) باید غیرصفر باشد.

کوارک ها

کوارک ها با بار $\frac{2}{3}$

ذره	جرم
u	$1.5 - 3.3\ MeV$
c	$1.27 \,^{+0.07}_{-0.11}\ GeV$
t	$171.2 \pm 2.1\ GeV$

کوارک ها با بار $-\frac{1}{3}$

ذره	جرم
d	$3.5 - 6\ MeV$
s	$104 \,^{+26}_{-34}\ MeV$
b	$4.2 \,^{+0.17}_{-0.07}\ GeV$

ترتیب جرم ها

$$m_\nu \ll\ll m_e < m_u , m_d \ll m_s \sim m_\mu \ll m_c \sim m_\tau < m_b \ll m_t$$

دقت کنید که جرم کوارک‌ها به درستی دانسته نیست. عدم قطعیت بزرگی در تعیین جرم کوارک‌ها هست. علت آن است که ما کوارک آزاد در طبیعت نمی‌توانیم داشته باشیم. کوارک‌ها تنها درون هادرون‌ها یافت می‌شوند. جرم هادرون‌ها را به دقت خوبی می‌توان اندازه گرفت اما استخراج جرم کوارک‌ها از روی جرم هادرون‌ها نیازمند به محاسبات پیچیده‌ی غیر اختلالی است که هنوز بشر با همه‌ی ابرکامپیوترهایش از انجام آن عاجز است. دقت کنید علی الاصول با توجه به آن که نوع برهمکنش کوارک‌ها و گلئون‌ها و فوتون‌ها را می‌دانیم علی الاصول می‌توان جرم هادرون‌ها را حساب کرد. (و یا معکوس آن: از جرم هادرون‌ها جرم کوارک‌ها را استخراج نمود.) فیزیک جدیدی درکار نیست اما این محاسبه به علت دشوار بودن قابل انجام نیست. برای عملی ساختن چنین محاسباتی دست به تکنیک‌های مختلف می‌زنند مانند مدل سازی یا محاسبات شبکه (Lattice gauge theory) هرکدام از اینها موضوع تحقیق است. بررسی این روش‌ها و تکنیک‌ها خارج از حوصله و وقت این درس است (و همچنین تخصص این جانب)

ملاحظه کنید که در جدول بالا با بالا رفتن جرم دقت نسبی اندازه‌گیری جرم بالا می‌رود اما نه دقت مطلق. آیا می‌توانید علت را توضیح دهید؟!

اجزای تشکیل دهنده‌ی هادرون‌ها

فکر می‌کنم تاکنون شنیده باشید که نترون از ddu تشکیل شده است و پروتون از uud. این ترکیبات را به خاطر بسپارید. اگر روزی فراموش کردید که نترون است یا پروتون چگونه می‌توانید شک خود را برطرف سازید؟

با این حال این ادعا که پروتون برابر است با uud یا نترون برابر است با ddu ادعای درستی نیست.

یادآوری می‌کنیم که جرم نوکلئون‌ها حدود 1GeV است در حالی که جرم u و d کمتر از 9MeV. شاید بگویید باقی جرم نوکلئون از انرژی همبستگی می‌آید. اما به خاطر داشته باشید که انرژی همبستگی منفی باید باشد! در واقع ساختار پروتون و نترون و دیگر هادرون‌ها بسیار پیچیده‌تر است. درست‌تر آن است که بگوییم کوارک‌های والانس پروتون uud کوارک‌های والانس نترون ddu هستند. کوارک‌های والانس اعداد کوانتمی هادرون را معین می‌کنند. به عنوان مثال بار الکتریکی پروتون (+1) برابر است با مجموع بارهای سه کوارک والانس آن $\left(+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=+1\right)$

همین طور در مورد نترون: $\left(\underbrace{-\frac{1}{3}}_{q_d}\underbrace{-\frac{1}{3}}_{q_d}\underbrace{+\frac{2}{3}}_{q_u}=0\right)$

اما علاوه بر کوارک‌های والانس در داخل هادرون‌ها گلوئون‌ها و دریایی از کوارک‌ها و آنتی کوارک‌ها وجود دارند که هر کدام به جرم هادرون سهم می‌دهند. اندازه‌گیری ساختار پروتون پروژه‌ای است که از چند دهه قبل آغاز شده و هنوز در جریان است. هم اکنون آزمایش COMPASS در CERN به اندازه‌گیری سهم‌های اجزای تشکیل دهنده‌ی پروتون به اسپین آن می‌پردازد. هم از لحاظ تئوری و هم از لحاظ آزمایشگاهی چنین مطالعاتی از جمله موضوعات تحقیقاتی روز است.

به زوج‌های $u\bar{u}$، $d\bar{d}$، $s\bar{s}$ و ... که در درون پروتون (علاوه بر کوارک‌های والانس وجود دارند) کوارک‌های دریا (sea quarks) اطلاق می‌شود.

کوارک‌های سازنده‌ی مزون‌ها

$u\bar{d} \to \pi^+, \rho^+ \qquad d\bar{u} \to \pi^-, \rho^-$

$\pi^0, \rho^0 \quad \frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$

$\eta: \quad c_1(u\bar{u}+d\bar{d})+c_2 s\bar{s}$

$K^+ : u\bar{s}$ $\qquad K^- = \bar{u}s$ $\qquad \bar{K}^0 = \bar{d}s$ $\qquad K^0 = d\bar{s}$

چنان که اواخر درس خواهیم دید K_L^0 و K_S^0 ترکیبات خطی $\bar{K}^0, K^0$ هستند:

$$|K_S\rangle \simeq \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|K_L\rangle \simeq \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

بالاخره

$J/\psi \qquad c\bar{c} \qquad m_{J/\psi} = 3.096\ \text{GeV}$

قانون پایستگی انرژی-تکانه

واپاشی $A \to B + C$ را در دستگاه سکون A در نظر بگیرید. حدس می‌زنید

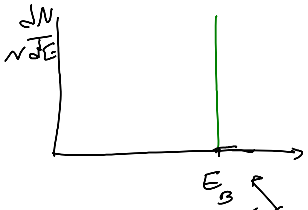
طیف انرژی B یا C به چه شکل باشد؟

انرژی‌های ممکن B را به دست آورید

$A : (m_A, 0, 0, 0)$

$B : \left(\sqrt{k^2 + m_B^2}, 0, 0, k\right)$

$C : \left(\sqrt{k^2 + m_C^2}, 0, 0, -k\right)$



طیف تکرنگ
monochromatic

$$m_A = \sqrt{k^2 + m_B^2} + \sqrt{k^2 + m_C^2} > m_B + m_C$$

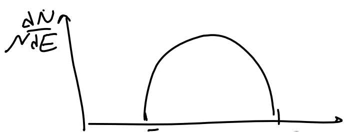
$$k^2 + m_C^2 = \left(m_A - \sqrt{k^2 + m_B^2}\right)^2$$

$$k = \sqrt{\frac{(m_A + m_B + m_C)(m_A + m_B - m_C)(m_A - m_B + m_C)(m_A - m_B - m_C)}{4 m_A^2}}$$

اگر $\quad m_B, m_C \ll m_A \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m_A}{2}$

* واپاشی $A \to B + C + D$ را در دستگاه سکون A در نظر بگیرید. بیشترین و کمترین مقدار انرژی که B می‌تواند داشته باشد چه‌قدر است؟ وقتی انرژی B برابر E_B باشد، بیشینه و کمینه‌ی انرژی C و D چیست؟

طیف B در یک واپاشی سه ذره‌ای دیگر تکرنگ نیست بلکه پیوسته می‌باشد



* فرض کنید A در دستگاه سکون خود به B و C به طور همسانگرد واپاشی می‌کند. طیف ذره‌ی B را در دستگاهی که A در آن با سرعت v حرکت می‌کند، بیابید.

تقارن‌ها در فیزیک

همان طوری که می‌دانید تقارن‌ها ابزاری بسیار قوی برای مطالعه در شاخه‌های مختلف فیزیک هستند. تقارن‌ها در فهم طبیعت، مدل‌سازی و حل مسایل راهگشا هستند. تقارن‌هایی که برای ما خیلی ملموس هستند همان تقارن انتقالی در فضا، زمان و تقارن دورانی است. همان طوری که می‌دانید قوانین فیزیک تحت تبدیلات لورنتس هم باید ناوردا باشند. تقارن تحت تبدیلات پوانکاره (انتقال دوران و تبدیلات خیز)، تقارن‌های فضا-زمان هستند:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \Lambda \begin{bmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Λ برای خیز در جهت z

$$= \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma v \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ v\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

Λ دوران در صفحه x و y

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

برای آن که نظریه میدانی بنویسیم که تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشند، میدان‌هایی که ذرات را توصیف می‌کنند باید در نمایش‌های جبر پوانکاره باشند. یعنی تحت تبدیل لورنتس به گونه‌ی خاص و بسته تبدیل شوند.

ذرات مدل استاندارد همان طوری که دیدیم از نظر اسپینی در سه دسته‌اند:

۱) ذره با اسپین برابر صفر یا همان هیگز ؟

۲) ذرات با اسپین 1 ؟

۳) ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$.

هرکدام از این ذرات با جرم و اسپین مشخص می‌توانند با میدانی که تحت تبدیلات

هرکدام از این ذرات با جرم و اسپین مشخص می‌توانند با میدانی که تحت تبدیلات لورنتس به صورت خاصی تبدیل می‌شوند توصیف شوند. این امکان اتفاقی نیست به زبان نظریه گروه تبدیلات لورنتس (خیز + دوران) دو Casimir دارند: جرم و اسپین. این مباحث را به طور دقیق‌تر در نظریه میدان مرور خواهد شد. اما برای ادامه بحث آشنایی اولیه زیر با این میدان‌ها لازم است.

ذرات با اسپین صفر با میدان اسکالر $\varphi(x)$ که تحت تبدیلات لورنتس به طور بدیهی تبدیل می‌شود توصیف می‌گردد.

$$\varphi(x) \xrightarrow{\text{تبدیلات لورنتس}} \varphi(\Lambda x)$$

ذرات با اسپین 1 با میدان‌های برداری $V_\mu(x)$ توصیف می‌شود که تحت تبدیلات لورنتس زیر تبدیل می‌شود

$$V_\mu(x)$$
$$\mu = 0, 1, 2, 3$$

$$V_\mu(x) \xrightarrow{\text{تبدیلات لورنتس}} \Lambda_\mu{}^\nu \, V_\nu(\Lambda x)$$

ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ با اسپینور چهارتایی توصیف می‌شوند: $\psi(x) = \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{bmatrix}$. تحت تبدیلات لورنتس این چهار مولفه با یک ماتریس به هم تبدیل می‌شوند:

$$\psi(x) \to \underset{\text{ماتریس تبدیل لورنتس}}{D} \, \psi(\Lambda x)$$

رابطه‌ی D با Λ بعداً مفصلاً بررسی خواهد شد.

تبدیلاتی که تاکنون از آنها نام بردیم همگی تبدیلات پیوسته بودند. به این معنی که این تبدیلات با پارامتری توصیف می‌شوند که مقادیر پیوسته‌ای می‌گیرد.

تبدیل انتقال: $x^\mu \to x^\mu + \underset{\text{پارامتر پیوسته}}{a^\mu}$

تبدیل دوران: $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\quad \theta \in (0, 2\pi)$

تبدیل خیز (boost): $\begin{bmatrix} t' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ z \end{bmatrix}$

$0 \leq |\beta| < 1$.

$0 \le |\beta| \le 1$.

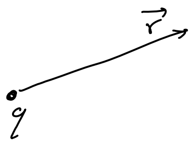
همان طوری که به زودی خواهیم دید به تقارن های پیوسته می توان یک جریان نسبت داد (جریان نوتر) : $j^\mu(x)$ به گونه ای که شرط پایستگی ارضاء شود $\partial_\mu j^\mu = 0$. در نتیجه بار متناظر یعنی $Q = \int j^0 \, d^3x$ پایسته می ماند : $\frac{dQ}{dt} = 0$.

علاوه بر تقارن های پیوسته ، در طبیعت تقارن های گسسته نیز داریم که نمی توان به آنها پارامتر پیوسته ای نسبت داد. یک مثال از این تقارن همان پاریته یا وارونی فضا است.

$$\begin{cases} x^0 \to x^0 \\ x^i \to -x^i \end{cases}$$

به الکترومغناطیس کلاسیک باز گردیم.

نیروی الکتریکی

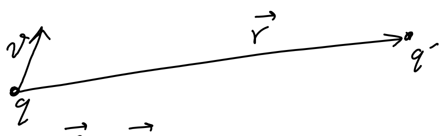


$$\vec{E} \propto \frac{q\vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{F} = q' \vec{E}$$

$$\vec{r} \to -\vec{r} \longrightarrow \vec{F} \to -\vec{F}$$

نیروی مغناطیسی



$$B \propto \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

وارونی فضا $\left.\begin{array}{l} \vec{v} \to -\vec{v} \\ \vec{r} \to -\vec{r} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{B} \to \vec{B}$

$$\vec{F} = q' \vec{v}' \times \vec{B}$$

وارونی فضا $\vec{v}' \to -\vec{v}' \Longrightarrow \vec{F} \to -\vec{F}$

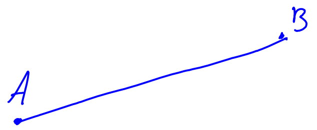
الکترومغناطیس تحت تقارن وارونی فضا ناوردا است.

در چارچوب نظریه میدان هم چنان که خواهیم دید برهمکنش های الکترودینامیکی

تحت تقارن وارونی فضا یا پاریته ناوردا هستند.

یادآوری از درس مکانیک کوانتمی

سیستم دو ذره‌ای



$$\vec{r}_A = \vec{r}_{c.o.m} + \vec{r}\,\frac{m_B}{m_A+m_B}$$

$$\vec{r}_B = \vec{r}_{c.o.m} - \frac{\vec{r}\,m_A}{m_A+m_B}$$

$$\vec{r} = (r, \theta, \varphi)$$

کلی ترین حالت $\sum_{l,m} Y_{lm}(\theta,\varphi)\, a_{lm}(r)$

$$Y_{lm}(\theta,\varphi) \propto P_l^m(\theta)\, e^{im\varphi}$$

گاسیوروویچ

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\; e^{i\varphi} \sin\theta$$

$$Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\; \cos\theta$$

$$Y_{2,2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}}\; e^{2i\varphi} \sin^2\theta$$

$$Y_{2,1} = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\; e^{i\varphi} \sin\theta \cos\theta$$

$$Y_{2,0} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}}\; (3\cos^2\theta - 1)$$

وارونی فضا و یا پاریته

پاریته

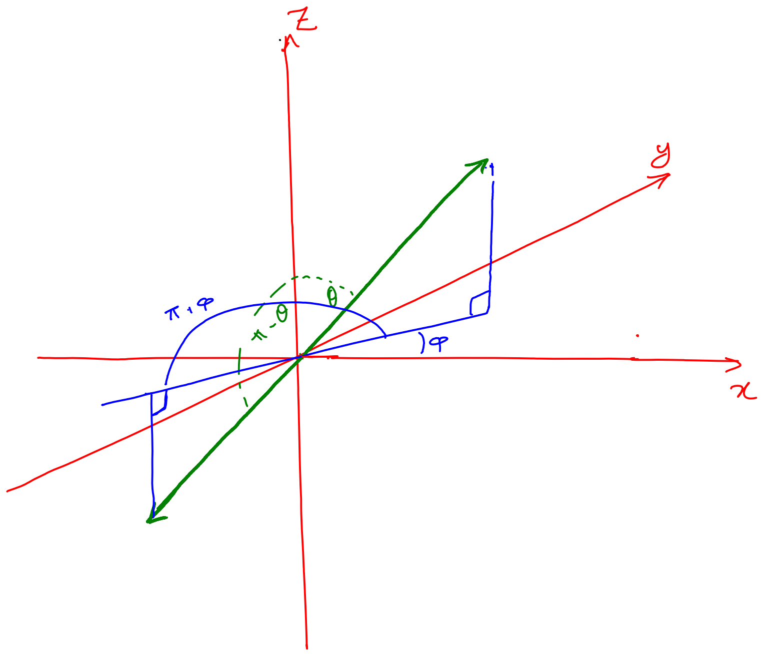
$$\vec{r} \xrightarrow{\text{پاریته}} -\vec{r}$$

به عبارت دیگر

$$\vec{r} = (r, \theta, \varphi) \xrightarrow{\text{پاریته}} (r, \pi-\theta, \varphi+\pi)$$

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) \xrightarrow{\text{پاریته}} Y_{lm}(\pi-\theta, \varphi+\pi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

مستقل از m



پاریته ی ذاتی

میدان اسکالر $\varphi_1(x)$ و $\varphi_2(x)$ درنظر بگیرید که تحت تبدیل پاریته به صورت های زیر تبدیل می شوند :

$$\varphi_1(t, \vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} \varphi_1(t, -\vec{x})$$

$$\varphi_2(t, \vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} -\varphi_2(t, -\vec{x})$$

اصطلاحاً گفته می شود φ_1 تحت پاریته زوج و φ_2 تحت پاریته فرد است . زوج (even) فرد (odd)

ذره ی اسکالر با پاریته زوج ← scalar

〃 〃 〃 فرد ← pseudoscalar

آیا هر میدان اسکالری باید تحت پاریته زوج یا فرد باشد؟!

جواب: منفی

مثال نقض

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}}$$ ← پاریته‌ی مشخص ندارد.

اما با توجه به این که برهمکنش قوی و الکترودینامیک هردو تحت پاریته ناوردا هستند، تعریف حالات با پاریته‌ی زوج و فرد قابل‌درک است. برهمکنش ضعیف همچنان که خواهیم دید تحت پاریته ناوردا نیست ولی همان طوری که در جلسه‌ی گذشته دیدیم، در شکل‌گیری هادرون‌ها برهمکنش ضعیف خیلی نقش ندارد. به خاطر دارید علت چه بود؟

به تقریب خوبی می‌توان گفت مزون‌ها و باریون‌ها ویژه حالات هامیلتونی الکترومغناطیس به اضافه‌ی برهمکنش قوی هستند.

$$H_{tot} = H_{Color} + H_{EM}$$

$$H_{tot} \, |hadron\rangle = m_{hadron} \, |hadron\rangle$$

البته برهمکنش الکتروضعیف هم به جرم هادرون‌ها سهم می‌دهد، اما این سهم بسیار کوچک‌تر جرم هادرون است و می‌توان آن را به‌صورت اختلال درنظر گرفت.

$$m_{K_L^0} \simeq m_{K_S^0} = 497.614 \pm 0.024 \ \text{MeV}$$

$$|m_{K_L^0} - m_{K_S^0}| = (3.522 \pm 0.016) \times 10^{-12} \ \text{MeV}$$

این تصحیح چنان که خواهیم دید از برهمکنش الکتروضعیف می‌آید

عملگر پاریته را با $\mathbb{P}$ نمایش می‌دهیم. ناوردایی برهمکنش کرومودینامیک و برهمکنش الکترومغناطیس تحت پاریته به این معناست که

$$[\mathbb{P}, H_{tot}] = 0$$

از طرف دیگر

$$\mathbb{P}^2 = 1$$

همان طوری که از درس مکانیک کوانتمی به خاطر دارید، اگر دو عملگر با هم جابه‌جا

شوند، ویژه حالات مشترکی خواهند داشت. اجازه دهیم اثبات را یادآوری کنیم.

فرض کنید وقتی عملگر $\mathbb{P}$ روی حالت هادرونی $|Hadron\rangle$ عمل می‌کند

حالت $|\psi\rangle$ حاصل می‌شود. $|hadron\rangle$ ویژه حالت H_{tot} است.

جابه‌جایی $[H_{tot}, \mathbb{P}]=0$ نتیجه می‌دهد که $|\psi\rangle$ نیز ویژه حالت H_{tot} است.

$$(H_{tot}\mathbb{P} - \mathbb{P}H_{tot})|hadron\rangle = 0$$

$$\Downarrow$$

$$H_{tot}|\psi\rangle = m_{hadron}|\psi\rangle$$

بنابراین $|\psi\rangle$ هم ویژه حالت H_{tot} است با همان ویژه مقدار برابر

ویژه مقدار حالت $|hadron\rangle$. اگر طیف H_{tot} تبهگن نباشد $|hadron\rangle$

لزوماً متناسب با $|\psi\rangle$ است و این به آن معنی است که هادرون‌ها همگی ویژه

حالات پاریته نیز هستند. با توجه به این که $\mathbb{P}^2=1$

$$\mathbb{P}|\psi\rangle = (-1)^p|\psi\rangle$$

که در آن $p=0$ یا $p=1$. اگر $p=0$ پاریته زوج و در غیر این صورت پاریته

فرد است.

اگر طیف تبهگن باشد باز هم می‌توان به چنین نتیجه‌ای رسید:

فرض کنید

$$\mathbb{P}|\psi_1\rangle = |\psi_2\rangle$$

به گونه‌ای که

$$H_{tot}|\psi_1\rangle = m_{hadron}|\psi_1\rangle$$

$$H_{tot}|\psi_2\rangle = m_{hadron}|\psi_2\rangle$$

اما $|\psi_2\rangle \neq |\psi_1\rangle$.

در این صورت با توجه به این که $\mathbb{P}^2=1$، $\mathbb{P}|\psi_2\rangle = |\psi_1\rangle$.

$$|\chi_1\rangle \equiv \frac{|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\chi_2\rangle \equiv \frac{|\psi_1\rangle - |\psi_2\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} H_{tot}|\chi_1\rangle = m_{hadron}|\chi_1\rangle & \mathbb{P}|\chi_1\rangle = |\chi_1\rangle \\ H_{tot}|\chi_2\rangle = m_{hadron}|\chi_2\rangle & \mathbb{P}|\chi_2\rangle = -|\chi_2\rangle \end{cases}$$

1

اگر به خاطر داشته باشید در PDG هر hadron چنین اطلاعی در کنار خود دارد:

$$I^G(J^{PC}) = \dots \qquad \text{و یا} \qquad I^G(J^P) = \dots$$

همان گونه که در جلسه گذشته به آن اشاره شد P پاریته ذره است. بحث بالا نشان می‌دهد که تعریف پاریته برای هادرون‌ها معنی‌دار است.

رفتار اسکالرها تحت تقارن وارونی فضا را بررسی کردیم و دیدیم که ویژه حالات پاریته ($\mathbb{P}\varphi = \varphi$ و $\mathbb{P}\varphi = -\varphi$) به دلیل طبیعت نیروهای کرومودینامیکی و الکترومغناطیسی از اهمیت خاصی برخوردار هستند. مشابه همین بحث در مورد میدان‌های برداری هم کاربرد دارد.

دو نوع میدان برداری مورد توجه خاص هستند

$$(1)\begin{cases} V^0(t,\vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} V^0(t,-\vec{x}) \\ V^i(t,\vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} -V^i(t,-\vec{x}) \end{cases}$$

بردار معمولی
Vector

$$(2)\begin{cases} A^0(t,\vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} -A^0(t,-\vec{x}) \\ A^i(t,\vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} A^i(t,-\vec{x}) \end{cases}$$

pseudovector
axial vector

میدان فرمیون‌ها

$$\mathbb{P}\psi(t,\vec{x})\,\mathbb{P} = \eta_a \gamma^0 \psi(t,-\vec{x})$$

که در آن

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad |\eta_a| = 1$$

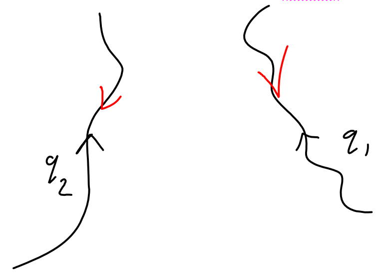
دقت کنید وقتی عملگر پاریته روی حالات اسپینور عمل می‌کند، علاوه بر تغییر آرگومان [یعنی $(t,\vec{x}) \longrightarrow (t,-\vec{x})$] دو مولفه اول و دو مولفه دوم جابه‌جا می‌شوند.

مشابه تقارن پاریته (وارونی فضا) می‌توان تقارن وارونی زمان هم معرفی کرد.

$$(t,\vec{x}) \xrightarrow{\text{پاریته}} (t,-\vec{x})$$

$(t, \vec{x}) \xrightarrow{\text{وارونی زمان}} (-t, \vec{x})$

* نشان دهید که برهمکنش الکتریکی ومغناطیسی دوذره باردار تحت وارونی زمان هم ناورداست.



تقارن هایی که تاکنون از آنها صحبت کرده‌ایم همگی تقارن‌های فضازمان بودند. می‌توان تقارن هایی داشت که روی فضا و زمان عمل نکنند. تقارن گسسته همیوغی بار (charge conjugation) از این دست است. نیروی الکترومغناطیسی آشکارا تحت این تبدیل ناورداست. نیروی برهمکنش قوی نیز همین طور.

هادرون خنثی $|\varphi^0\rangle$ را درنظر بگیرید. باتوجه به آن که $C^2=1$ دوحالت وجود دارد

$$C|\varphi^0\rangle = |\varphi^0\rangle$$

$$C|\varphi^0\rangle = -|\varphi^0\rangle$$

بازهم یادآوری می‌کنم درمورد ذرات خنثی در PDG داشتیم

$$I^G(J^{P\underbrace{C}_{\text{charge conjugation parity}}})$$

$\pi^0 \qquad I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$:یادآوری

بنابراین π^0 pseudoscalar است که تحت همیوغی بار به خودش تبدیل می‌شود.

هرچند C (همیوغی بار) تقارن فضازمان نیست اما همچنان که در درس نظریه‌ی میدان خود خواهید دید، به طرز عمیقی به تقارن‌های

P و T ، که تقارن های فضا و زمان هستند ربط پیدا می کنند!

در برهمکنش های الکترومغناطیس و کرومودینامیکی تحت تک تک
C ، P و T ناوردا هستند. در برهمکنش ضعیف اما تک تک
این تقارن ها را نقض می کند.

نظریه میدان با یک سری اصول اولیه (محلی بودن local
تقارن لورنتس و یکانی بودن) نتیجه می دهد که **حاصلضرب**
این تقارن ها یعنی CPT در هر تئوری متقارنی از
جمله برهمکنش ضعیف حفظ می شود. حاصلضرب یعنی اعمال
پشت سر هم این تبدیل ها. به عنوان مثال،

$$CPT\,\pi^0(\vec{x},t) = \eta_T\, CP\,\pi^0(\vec{x},-t) = \eta_T\,\eta_P\, C\pi^0(-\vec{x},-t)$$

$$= \eta_T\,\underset{-1}{\eta_P}\,\underset{1}{\eta_C}\;\pi^0(-\vec{x},-t)$$

$$\underbrace{\int d^3x\, dt\, \left(\pi^0(\vec{x},t)\right)^\dagger \pi^0(x,t)}_{\text{چنین کنشی ناورداست}}$$

تقارن های داخلی

φ_1 , φ_2

$$\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix} \longrightarrow R\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix} \qquad R^\dagger R = 1$$

R ماتریس ۲×۲ یکانی دلخواه

جمله جنبشی یعنی

$$\partial_\mu \varphi_1\, \partial^\mu \varphi_1 + \partial_\mu \varphi_2\, \partial^\mu \varphi_2$$

تحت این تبدیل ناورداست.

این تقارن چه شرطی روی جملات برهمکنش می گذارد؟

$$A|\varphi_1|^2 + B|\varphi_2|^2 + C(\varphi_1^*\varphi_2 + \varphi_1\varphi_2^*)$$

$$\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varphi_1'\\ \varphi_2'\end{pmatrix} :$$

تقارن یعنی

$$A|\varphi_1|^2 + B|\varphi_2|^2 + C(\varphi_1^*\varphi_2 + \varphi_1\varphi_2^*) =$$

$$A|\varphi_1'|^2 + B|\varphi_2'|^2 + C(\varphi_1'^*\varphi_2' + \varphi_1'\varphi_2'^*)$$

$$\begin{cases} A\cos^2\theta + B\sin^2\theta - C\sin 2\theta = A & (1) \\ (A-B)\sin\theta\cos\theta + C\cos 2\theta = C & (2) \end{cases}$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$: رابطه‌ی اول $\longrightarrow A = B$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ رابطه‌ی اول $\longrightarrow \frac{A+B}{2} - C = A$

$\left.\right\} \longrightarrow A = B,\ C = 0$

رابطه (۲) خودبه‌خود ارضاء می‌شود!

حال همان لاگرانژی را درنظربگیرید و ببینید تقارن تحت تبدیل $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$ چه شرطی روی پارامترهای لاگرانژی یعنی A و B و C می‌گذارد.

جواب: $A = B$

تقارن $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$ تابع فیزیکی هم دارد.

$$\Gamma(\varphi_1 \to \cdots) = \Gamma(\varphi_2 \to \cdots)$$

تقارن $U(1)$

برای سادگی میدان اسکالر مختلط φ را درنظربگیرید و فرض کنید لاگرانژی تحت $\varphi \to e^{i\alpha}\varphi$ ناورداست.

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu\varphi)^\dagger \partial^\mu\varphi - V(\varphi)$$

کلی‌ترین تابع حقیقی $V(\varphi)$ تا درجه‌ی ۲ را بنویسید:

جواب

$$V(\varphi) = m^2|\varphi|^2 + \frac{M^2\varphi^2 + (M^2)^*(\varphi^*)^2}{2}$$

تقارن تحت $\varphi \to e^{i\alpha}\varphi \Longrightarrow M^2 = 0$

به هر تقارن $U(1)$ می‌توان یک بار نسبت داد.

حال دو میدان اسکالر مختلط φ_1 و φ_2 را درنظربگیرید.

لاگرانژی زیر را درنظر بگیرید

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi_1 \partial^\mu \varphi_1 + \partial_\mu \varphi_2 \partial^\mu \varphi_2 - V(\varphi_1,\varphi_2)$$

کلی‌ترین دوجمله‌ای را برای پتانسیل $V(\varphi_1, \varphi_2)$ درنظر بگیرید:

(البته به شرط حقیقی بودن) (اگر پتانسیل حقیقی نباشه چی میشه؟!)

$$V(\varphi_1,\varphi_2) = m_1^2 |\varphi_1|^2 + m_2^2 |\varphi_2|^2 + \frac{M_1^2}{2}(\varphi_1^2 + \varphi_1^{*2}) + \frac{M_2^2}{2}(\varphi_2^2 + \varphi_2^{*2}) + \frac{M_{12}^2}{2}(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1^*\varphi_2^*) + m_{12}^2(\varphi_1^*\varphi_2 + \varphi_1\varphi_2^*)$$

تقارن $U(1)\times U(1)$

$$\begin{cases} \varphi_1 \to e^{i\alpha}\varphi_1 \\ \varphi_2 \to e^{i\beta}\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow M_1^2 = M_2^2 = M_{12}^2 = m_{12}^2 = 0$$

تقارن $U(1)$

$$U(1)_1 \begin{cases} \varphi_1 \to e^{i\alpha}\varphi_1 \\ \varphi_2 \to e^{i\alpha}\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow M_1^2 = M_2^2 = M_{12}^2 = 0$$

اما

$$m_{12}^2 \neq 0$$

یک تقارن $U(1)$ دیگر

$$U(1)_2 \begin{cases} \varphi_1 \to e^{i\alpha}\varphi_1 \\ \varphi_2 \to e^{-i\alpha}\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow M_1^2 = M_2^2 = m_{12}^2 = 0, \quad M_{12}^2 \neq 0$$

$\varphi_1^\dagger |خلاء\rangle = |\varphi_1\rangle$

$\varphi_2^\dagger |خلاء\rangle = |\varphi_2\rangle$

$\cancel{\varphi_1\varphi_1 \to \varphi_1\varphi_1\varphi_1}$

$\cancel{\varphi_1\varphi_1 \to \varphi_2\varphi_1}$

$\cancel{\varphi_1\varphi_1 \to \varphi_2\varphi_2}$

نتیجه‌ی $U(1)\times U(1)$

$\varphi_1\varphi_2 \to \varphi_1\varphi_2$

$\cancel{\varphi_1\varphi_2 \to \varphi_1\varphi_2\varphi_1\varphi_2}$

$\cancel{\varphi_1\varphi_1 \to \varphi_1\varphi_1\varphi_1}$

$\varphi_1\varphi_2 \to \varphi_2\varphi_2$

$\varphi_1\varphi_1 \to \varphi_2\varphi_2$

نتیجه‌ی $U(1)_1$

$\cancel{\varphi_1\varphi_2 \to \varphi_1\varphi_2\varphi_1\varphi_2}$

نتیجه ی $U_2(1)$

$\cancel{\varphi_1\varphi_1 \longrightarrow \varphi_1\varphi_1\varphi_1}$ $\quad$ $\cancel{\varphi_1\varphi_2 \longrightarrow \varphi_2\varphi_2}$

$$\varphi_1\varphi_2 \longrightarrow \varphi_1\varphi_2\varphi_1\varphi_2$$

بحث تقارن $U(1)$ در مورد ذرات فرمیونی هم صادق است.

بقای بار   قضیه نوتر و ....

تحت $U(1)\times U(1)$ هم "تعداد φ_1" بقا دارد و هم "تعداد φ_2"

تحت $U_1(1)$ می‌توان گفت "تعداد $\varphi_1+\varphi_2$" بقا دارد.

تحت $U_2(1)$، "تعداد $\varphi_1-\varphi_2$" بقا دارد.

بارهای ذره و پادذره مخالف هم هستند

تحت $U(1)\times U(1)$

$$\varphi_1\bar{\varphi}_1 \longrightarrow \varphi_2\bar{\varphi}_2$$

مجاز است.

کدام یک از فرآیندهای زیر تحت $U_1(1)$، $U_2(1)$ و $U(1)\times U(1)$ مجاز هستند؟

$$\varphi_1\bar{\varphi}_2 \longrightarrow \varphi_2\bar{\varphi}_1$$

$$\varphi_1\bar{\varphi}_1 \longrightarrow \varphi_2\varphi_2$$

$$\varphi_1\varphi_2 \longrightarrow \varphi_2\bar{\varphi}_2\varphi_1\bar{\varphi}_1 .$$