



پژوهشگاه دانشهای بنیادی

مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات

خیابان شهید لوازانی بین کامرانیه و دیباجی

نش کوجه شهید محمد فریدین

تهران - صندوق پستی ۱۹۳۹۵-۵۵۳۱

تلفن: ۲۲۲۸۰۶۹۲ - ۲۲۸۲۳۰۸۹ - ۲۲۲۹۰۹۳۴

دورنگار: ۲۲۲۸۰۴۱۵

۱۱) ترکیب سه جرمی زیر را در نظر بگیرید:

$$ds^2 = -f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 (d\phi - \frac{r_+ r_-}{r^2} dt)^2$$

$$f(r) = \frac{(r^2 - r_+^2)(r^2 - r_-^2)}{r^2} \quad \& \quad r_+ \geq r_-$$

الف) نشان دهید که بردارهای $\frac{\partial}{\partial t}$ و $\frac{\partial}{\partial \phi}$ بردارهای لنتیل این ترکیب هستند. اندازه این بردارها را بر حسب r بیابید.

ب) انحنای ریچمان این ترکیب را حساب کنید.

پ) تانسور رالی و انحنای ریچی ترکیب را حساب کنید.

ت) ثابت حرکت (براهای، انرژی، شتاب، دوربرد لنتیل $\frac{\partial}{\partial t}$ و $\frac{\partial}{\partial \phi}$ که جرم یکسان را در برابری برابری این حرکت هستند را حساب کنید. **توجه:** این فضا به صورت بانهایی تحت نیست.

ث) مسیر حرکت ذرات آزاد جرم دار و بدون جرم را به دست آورید. پتانسیل مؤثر را به ازای حالت مختلف $r_+ = r_-$ و $r_+ > r_-$ بیابید.

ج) در این حالت فضا AdS_3 است. **راهنمایی:** $r_+^2 = r_-^2 = -1$ تمام بردارهای لنتیل در جبر لوزنتری این فضا را به دست آورید.

چ) نشان دهید که $r = r_+$ و $r = r_-$ افقهای این ترکیب و نورگوش هستند. آیا $r = 0$ لنتیلی فضا است؟

ح) سرعت زاویه ای روی افق خارجی ($r = r_+$) و در امتداد سطح $r = r_+$ را حساب کنید.

خ) ساختار علی (منودار بیرونی) ترکیب را در حالت زیر رسم کنید:

خ-۱) حالت عمومی $r_+ > r_-$

خ-۲) حالت فرسبز (extremal) $r_+ = r_-$



پژوهشگاه دانشهای بنیادی

(مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات)

خیابان شهید لوسانی بین کامرانیه و دیباجی

نیش کوجه شهید محمد فریدین

تهران - صندوق پستی ۱۹۳۹۵-۵۵۳۱

تلفن: ۲۲۲۸۰۶۹۲ - ۲۲۸۲۳۰۸۹ - ۲۲۲۹۰۹۳۴

دورنگار: ۲۲۲۸۰۴۱۵

خ-۳ حالت ایستا (static) $r_- = 0$

خ-۴ $r_+^2 = r_-^2 = 0$

خ-۵ $r_+^2 = r_-^2 = -1$

د آیا ناهمبندی وجود دارد که ترکیب فوق را در حالت $r_- \neq 0$ استاتیکی کنید؟

اگر جواب مثبت است، سرعت زاویه‌ای این ناهمبندی را به چه نحوی از r جدا کنید؟

ذ) سطح $ergo-region$ در ترکیب فوق چیست. شکل آن را نسبت به افق رسم کنید. در مورد فرآیند

دینامیک آن گذر از نوری در نگاره زاویه‌ای از این ترکیب بحث کنید.

۱۲) ی دانیم که شکل عمومی ترکیب استاتیکی به صورت زیر است:

$$ds^2 = -f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{g(r)} + r^2 d\Omega^2$$

کش ماکسول را در نظر بگیرید:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \cdot \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} g^{\alpha\mu} g^{\nu\beta} ; F_{\mu\nu} = \nabla_\mu A_\nu - \nabla_\nu A_\mu$$

الف) معادله ماکسول را به چه نحوی از f و g بنویسید.

ب) برای حالت $f = g$ و در حد ایستای هندسی (طول موج خیلی کوتاه نسبت به انحنای فضای موج را حل کنید.

را حل کنید.

۱۳) الف) معادله ماکسول را برای دوران یک سیاهچاله شوارزشیلد کدام است؟

ب) کمترین زمان دوران سیاهچاله را از دید ناهمبندی که در این حالت دور (کمترین حالت سیاهچاله) اثر می‌کند

بر حسب جرم سیاهچاله بنویسید.

ج) همین مسئله را برای سیاهچاله چرن Kerr هم حل کنید.

موفق باشید

شیخ‌صالح