

لاگرانژی موثر زیر را در نظر بگیرید :

$$\mathcal{L} = [F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_3 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_4 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2] \times F_{\mu\nu}$$

که در آن $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ و $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ شدت میدان الکترودینامیکی

است. A_μ میدان برداری حقیقی است. ψ_1 و ψ_2 اسپینور دیراک هستند.

(۱) آیا تمام سقادیر عددی F_1, F_2, F_3, F_4 معارزه؟ چه رابطهای بین این چهار پارامتر باید

برقرار باشد که لاگرانژی فوق معارزه؟ در صورتی که این رابطه برقرار باشد چه اتفاقی می افتد؟ (۵، ۱۰ نمره)

(۲) چه رابطهای بین F_1, F_2, F_3, F_4 باید برقرار باشد تا معارزه تحت وارونی فضا برقرار ماند؟ (انرژی)

(۳) $\sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim$ (Charge conjugation) عمومی

معارزه؟ (انرژی)

(۴) چه رابطهای بین F_1, F_2, F_3, F_4 باید برقرار باشد تا معارزه تحت وارونی زمان برقرار ماند؟ (انرژی)

(۵) چه رابطهای بین $\sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim$ CP (۵، ۱۰ نمره)

(۶) $\sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim$ CPT (۵، ۱۰ نمره)

(۷) در مورد ارتباط بین سؤال ۱ و سؤال ۶ بحث کنید. (۵، ۱۰ نمره)

(با صرف نظر کردن از جرم ψ_1 در برابر جرم ψ_2 ، آنتد وایابی کل $\psi_2 \rightarrow \psi_1$ را در دستگاه

کلون ψ_2 بر حسب F_1 حساب کنید. (۲ نمره)

(۹) مانع آن که اسپین ψ_2 جهت $\hat{z}$ است آنتد وایابی جزئی $\frac{dM}{d\cos\theta}$ را

حساب کنید. θ زاویه بین تکانه ψ_1 و اسپین ψ_2 باشد. (۲ نمره)

(۱۰) اگر قطبش ψ_2 مستاد در جهت $\hat{z}$ باشد، $\frac{dM}{d\cos\theta}$ را در بار حساب کنید

(۱ نمره)

(۱۱) بعدی F_1, F_2, F_3, F_4 را برآورد کنید. (مانع $M = [F_1]$ را به دست آورید)

(۵ نمره)

(۱۲) فرض کنید لگرانژی سوشر را اثر تصحیحات حلقی ذات گیلین قریا لگرانژی زیر دست دارید:

$$m_\varphi^2 |\varphi|^2 + m_\psi \bar{\psi} \psi + \lambda_1 \varphi \bar{\psi} \psi_1 + \lambda_2 \varphi \bar{\psi} \psi_2 + H.c.$$

که در آن $m_\psi \gg m_{\psi_1} \gg m_{\psi_2}$

بایه کارتری روش تقابلی ابعادی و با توجه به تقارن $U(1)$ سیستم F_1, F_2, F_3, F_4 را بر حسب

پارا مترهای لگرانژی ^{نوع} تخمین بزنید.

$$\mathcal{L} = [F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_3 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_4 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2] F_{\mu\nu}$$

۱) با اتمام متادریجی F_1, F_2, F_3, F_4 محاسبه می‌کنیم چنانچه این چهار پارامتر باید برقرار باشد که لاگرانژی خود ساز باشد در صورتی که این شرط برقرار نباشد چنانچه می‌تواند

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^\dagger \quad \leftarrow \text{لاگرانژی باید هم‌میشی باشد}$$

$$\mathcal{L}^\dagger = F_{\mu\nu} \left\{ F_1^* (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1)^\dagger + F_2^* (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1)^\dagger + F_3^* (\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2)^\dagger + F_4^* (\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2)^\dagger \right\}$$

(I) (II) III IV

$$\begin{aligned} \text{(I)} &= (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1)^\dagger = \psi_1^\dagger \sigma^{\mu\nu \dagger} (\bar{\psi}_2)^\dagger = \psi_1^\dagger \left\{ -\frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \right\}^\dagger (\psi_2^\dagger \gamma^0)^\dagger \\ &= \psi_1^\dagger \left\{ -\frac{i}{2} [\gamma^\nu, \gamma^\mu] \right\} \gamma^0 \psi_2 \quad ; \quad \gamma^0 \dagger = \gamma^0 \\ &= \psi_1^\dagger \gamma^0 (\sigma^{\mu\nu}) \gamma^0 \gamma^0 \psi_2 \\ &= \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \end{aligned}$$

$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$

$$\begin{aligned} \text{(II)} &= (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1)^\dagger = \psi_1^\dagger \gamma^5 \sigma^{\mu\nu \dagger} \bar{\psi}_2^\dagger = \psi_1^\dagger \gamma^5 \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \gamma^0 \psi_2 \quad ; \quad \{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \\ &= -\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \end{aligned}$$

$$\text{(III)} = (\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2)^\dagger = \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1$$

$$\text{(IV)} = (\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2)^\dagger = -\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mathcal{L}^\dagger &= F_{\mu\nu} \left\{ F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 + F_3^* \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_4^* \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 \right\} \\ &= \left\{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_3 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_4 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \right\} F_{\mu\nu} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} F_1 = F_3^* \\ F_2 = -F_4^* \end{cases}$$

در صورتیکه این رابطه برقرار نباشد یونیتاریتی برقرار نخواهد بود

$$\Rightarrow L = [F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2] F_{\mu\nu}$$

(2) چه رابطه ای بین F_1, F_2, F_3, F_4 برقرار باشد تا فاکتور تحت وارده در فضا برقرار بماند؟
پاسخ:

$$\begin{cases} P \psi(t, \vec{x}) P = \gamma^0 \eta \psi(t, -\vec{x}) \\ P \bar{\psi}(t, \vec{x}) P = (P \psi(t, \vec{x}) P)^\dagger \gamma^0 = \eta^* \bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma^0 \end{cases}$$

این همان بار پارتیکل است. اندکی در پی می آید که این بار پارتیکل را می توانیم بنویسیم:

$$\Rightarrow P (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1) P(t, \vec{x}) = (P \bar{\psi}_2 P \sigma^{\mu\nu} P \psi_1 P)(t, \vec{x}) = \eta_2^* \eta_1 (\bar{\psi}_2 \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \psi_1)(t, -\vec{x})$$

$$\gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 = -\sigma^{\mu\nu} \quad \& \quad \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 = \sigma^{\mu\nu}$$

$$\Rightarrow (P \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 P)(t, \vec{x}) = \eta_2^* \eta_1 g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} (\bar{\psi}_2 \sigma_{\alpha\beta} \psi_1)(t, -\vec{x})$$

$$(P \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 P)(t, \vec{x}) = (P \bar{\psi}_2 P \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 P \psi_1 P)(t, \vec{x})$$

$$= \eta_2^* \eta_1 (\bar{\psi}_2 \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \gamma^0 \psi_1)(t, -\vec{x})$$

$$= -\eta_2^* \eta_1 (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \gamma^5 \psi_1)(t, -\vec{x})$$

$$= -\eta_2^* \eta_1 g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} (\bar{\psi}_2 \sigma_{\alpha\beta} \gamma^5 \psi_1)(t, -\vec{x})$$

$$P F_{\mu\nu} P = g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} F_{\alpha\beta}$$

وی دایم $P F_{ij} P = F_{ij}$ و $P F_{0i} P = -F_{0i}$
حالتی توان P را P نامیده شود.

$$L = p L p$$

$$= \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$= \{ F_1 \gamma_2^* \gamma_1 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 - F_2 \gamma_2^* \gamma_1 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \gamma_1^* \gamma_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_2^* \gamma_1^* \gamma_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} g_{\mu\mu} g_{\nu\nu} F_{\mu\nu}$$

$$= \{ F_1 \gamma_2^* \gamma_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 - F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \gamma_1^* \gamma_2 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_2^* \gamma_1^* \gamma_2 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \}$$

$$\gamma_2^* \gamma_1 = e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad \text{اگر تفاوت فاز باشد} \quad \gamma_1 = e^{i\varphi_1}, \gamma_2 = e^{i\varphi_2}$$

$$= \{ F_1 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 - F_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_2^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$\psi_1, \psi_2 \text{ جمع فازیشان ندارند} \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 0$$

$$* = \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 - F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_2 = 0 \\ F_1 \rightarrow \text{arbitrary} \end{cases} \rightarrow L = \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$\psi_1, \psi_2 \text{ اختلاف فاز دارند} \rightarrow e^{i\pi} = -1 \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi$$

$$* = \{ -F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 - F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 \rightarrow \text{arbitrary} \end{cases} \rightarrow L = \{ F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

الگوی بنی F_1, F_2, F_3, F_4 به ترتیب به نامهای F_1, F_2, F_3, F_4 می‌دهیم.

$$C \psi C = -i (\bar{\psi} \gamma^0 \gamma^2)^T \eta$$

این هم η است که این معنی را می‌دهد

$$\Rightarrow C \bar{\psi} C = (C \psi C)^T \gamma^0 = -i \eta^* [(\bar{\psi} \gamma^0 \gamma^2)^T]^T \gamma^0 = i \eta^* (\gamma^2 \psi)^T \gamma^0$$

$$C (\bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi) C = C \bar{\psi} C \sigma^{\mu\nu} C \psi C = \eta_2^* \eta_1 (\gamma^2 \psi)^T \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} (\bar{\psi} \gamma^0 \gamma^2)^T$$

$$\gamma^0 T = \gamma^0; \quad \gamma^1 T = -\gamma^1; \quad \gamma^2 T = \gamma^2; \quad \gamma^3 T = -\gamma^3$$

$$C \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi C = \eta_2^* \eta_1 \psi^T \gamma^2 \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^2 \gamma^0 \bar{\psi}^T$$

$$= \eta_2^* \eta_1 \bar{\psi} \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \gamma^2 \psi$$

آنرا به نام $\sigma^{\mu\nu}$ محاسبه کنیم: و دست آخر الگوی ساده سازی کنیم:

$$\begin{cases} \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{12} \gamma^0 \gamma^2 = \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{12} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{12} \\ \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{23} \gamma^0 \gamma^2 = \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{23} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{23} \\ \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{31} \gamma^0 \gamma^2 = -\gamma^0 \gamma^2 \sigma^{31} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{31} \\ \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{01} \gamma^0 \gamma^2 = \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{01} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{01} \\ \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{02} \gamma^0 \gamma^2 = -\gamma^0 \gamma^2 \sigma^{02} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{02} \\ \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{03} \gamma^0 \gamma^2 = \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{03} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{03} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \gamma^0 \gamma^2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \gamma^2 = -\sigma^{\mu\nu}$$

$$\Rightarrow C \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi C = -\eta_2^* \eta_1 \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$$

حال به صورت مشابه برای $\psi \gamma^5 \bar{\psi}$ با توجه به الگوی $\gamma^5 T = \gamma^5$ داریم:

$$C \bar{\psi} \gamma^5 \psi C = -\eta_2^* \eta_1 \bar{\psi} \gamma^5 \psi$$

همین خود را توجه به $C A^{\mu} C = -A^{\mu}$ داریم $C F_{\mu\nu} C = -F_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned}
 L &= c \dot{x} \dot{t} \quad ; \quad \eta_1 = e^{i\varphi_1} \quad , \quad \eta_2 = e^{i\varphi_2} \\
 &\Rightarrow \left\{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \right\} F_{\mu\nu} \\
 &= + \left\{ F_1 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \right. \\
 &\quad \left. - F_2^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \right\} F_{\mu\nu}
 \end{aligned}$$

اگر ψ_1, ψ_2 نسبت به هم ناورتنی نداشته باشند آنگاه همجانب $\rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 0$ انتخاب $\Rightarrow$
 سرهای فرآیند می مانند و بدین ترتیب می توانیم حکم است L دارای تقارن همبندی باشد.

(4) چه تبدیلاتی بین F_1, F_2, F_3, F_4 با هم برقرار باشد تا تقارن تحت وارونی زمان برقرار باشد؟

$$T \psi(t, \vec{x}) T = -\eta \gamma^0 \psi(-t, \vec{x}) \rightarrow \text{اصل است که در این محاسبه اول}$$

اندکی T را انتخاب کنیم.

$$\begin{aligned}
 T \bar{\psi}(t, \vec{x}) T &= (T \psi(t, \vec{x}) T)^\dagger \gamma^0 = (-\eta \gamma^0 \psi(-t, \vec{x}))^\dagger \gamma^0 \\
 &= -\eta^* \psi^\dagger(-t, \vec{x}) \gamma^0 \gamma^0 = -\eta^* \bar{\psi}(-t, \vec{x}) \gamma^0 \gamma^0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow T (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1) T(t, \vec{x}) &= (T \bar{\psi}_2 T \sigma^{\mu\nu} T \psi_1 T)(t, \vec{x}) \\
 &= \eta^* \eta \bar{\psi}_2 \gamma^0 \gamma^0 \sigma^{\mu\nu} \gamma^0 \gamma^0 \psi_1(t, \vec{x})
 \end{aligned}$$

$$\gamma^0 \gamma^0 = 1, \quad \gamma^1 \gamma^1 = 1, \quad \gamma^2 \gamma^2 = -1, \quad \gamma^3 \gamma^3 = -1$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \begin{cases} \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{12} \gamma^3 \gamma^1 = \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{12} \gamma^3 \gamma^1 = -\sigma^{12} \\ \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{23} \gamma^3 \gamma^1 = \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{23} \gamma^3 \gamma^1 = -\sigma^{23} \\ \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{31} \gamma^3 \gamma^1 = \gamma^0 \gamma^3 \sigma^{31} \gamma^3 \gamma^1 = -\sigma^{31} \\ \gamma^1 \gamma^3 \sigma^{01} \gamma^3 \gamma^1 = -\gamma^1 \gamma^3 \sigma^{01} \gamma^3 \gamma^1 = \sigma^{01} \\ \gamma^1 \gamma^3 \sigma^{02} \gamma^3 \gamma^1 = \gamma^1 \gamma^3 \sigma^{02} \gamma^3 \gamma^1 = \sigma^{02} \\ \gamma^1 \gamma^3 \sigma^{03} \gamma^3 \gamma^1 = -\gamma^1 \gamma^3 \sigma^{03} \gamma^3 \gamma^1 = \sigma^{03} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 T = -\eta^* \eta g^{\mu\mu} g^{\nu\nu}$$

$$\begin{aligned}
 &\times (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1)(-t, \vec{x}) \\
 &\Rightarrow T \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 T = -\eta^* \eta g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1(-t, \vec{x})
 \end{aligned}$$

نقد

$$T F_{0i} T = F_{0i} \quad ; \quad T F_{ij} T = -F_{ij} \rightarrow T F_{\mu\nu} T = g_{\mu\mu} g_{\nu\nu} F_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L} = T \mathcal{L} T$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu} \\ &= - \{ F_1^* \eta_1^* \eta_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2^* \eta_1^* \eta_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 \\ &\quad + F_1 \eta_1^* \eta_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2 \eta_1^* \eta_2 g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} g_{\mu\mu} g_{\nu\nu} F_{\mu\nu} \\ &= - \{ F_1^* e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2^* e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1 e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \\ &\quad - F_2 e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu} \quad (*) \end{aligned}$$

انتخاب اول: $\varphi_1 - \varphi_2 = 0 \rightarrow \psi_1, \psi_2$ نسبت هم فاز نباشند

$$\# \rightarrow \begin{cases} F_1^* = -F_1 \\ F_2^* = -F_2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &F_1 \text{ و } F_2 \text{ با هم مضارب} \\ &\text{کاملاً همفاز باشند} \end{aligned}$$

تادایی حالت لگاریتمی تحت دارد یعنی، نادردهایمانند

انتخاب دوم: $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi \rightarrow \psi_1, \psi_2$ نسبت هم فاز نباشند

$$\# \rightarrow \begin{cases} F_1^* = F_1 \\ F_2^* = F_2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} &F_1 \text{ و } F_2 \text{ با هم همفاز باشند} \\ &\text{تحت دایرهی زمانی، نادردهایمانند} \end{aligned}$$

(5) چه رابطه‌ای بین F_1, F_2, F_3, F_4 باید برقرار باشد تا قکان تحت CP برقرار باشد؟

$$\begin{aligned} \begin{cases} P \psi(t, \vec{x}) P = \gamma^0 \psi(t, -\vec{x}) \\ C \psi(t, \vec{x}) C = -i (\bar{\psi} \gamma^0 \gamma^2)^T \end{cases} &\Rightarrow CP \psi(t, \vec{x}) CP = C [\gamma^0 \psi(t, -\vec{x})] C \\ &= -i [\psi^\dagger \gamma^0 \gamma^2 \gamma^0 \gamma^2]^T (t, -\vec{x}) \\ &= -i [\bar{\psi} \gamma^2]^T (t, -\vec{x}) \\ &\Rightarrow CP \psi(t, \vec{x}) CP = -i \eta (\bar{\psi} \gamma^2)^T (t, -\vec{x}) \end{aligned}$$

$$CP \bar{\psi} CP = C [\bar{\psi}(t, -\vec{x}) \gamma^0] C = i (\gamma^0 \psi)^T \Rightarrow CP \bar{\psi} CP = \eta i (\gamma^0 \psi)^T(t, -\vec{x})$$

$$\begin{aligned} \rightarrow CP [\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1] CP &= g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} C [\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1] C(t, -\vec{x}) \\ &= -g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \eta_2^* \eta_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1(t, -\vec{x}) \end{aligned}$$

یعنی CP را

$$\rightarrow CP [\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1] CP = g^{\mu\mu} g^{\nu\nu} \eta_2^* \eta_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1(t, -\vec{x})$$

$$\begin{cases} P F_{\mu\nu} P = +g_{\mu\mu} g_{\nu\nu} F_{\mu\nu} \\ C F_{\mu\nu} C = -F_{\mu\nu} \end{cases} \rightarrow CP F_{\mu\nu} CP = -g_{\mu\mu} g_{\nu\nu} F_{\mu\nu}$$

$$L = CP L CP$$

$$\Rightarrow \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned} &= \{ +F_1 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 - F_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_1^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \\ &\quad + F_2^* e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu} \end{aligned}$$

انتخاب اول: $\varphi_1 - \varphi_2 = 0 \Rightarrow F_1 = F_1, F_2 = -F_2 \Rightarrow L = \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_1^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 \} F_{\mu\nu}$

انتخاب دوم: $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi \Rightarrow F_1 = 0, F_2 \rightarrow L = \{ F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 - F_2^* \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$

بنابراین برای CPT، باید F_1, F_2, F_3, F_4 را در نظر بگیریم؟

$$CP \psi(t, \vec{x}) CP = -i (\bar{\psi} \gamma^0)^T(t, -\vec{x})$$

$$\rightarrow CPT \psi(t, \vec{x}) CPT = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \dots \Rightarrow CPT \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi CPT = \eta \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$$

$$CPT \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi CPT = \eta \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi$$

$$CPT F_{\mu\nu} CPT = F_{\mu\nu}$$

در این حالت می توان نتیجه گرفت که اثرش یونیتری برقرار باشد تحت تبدیل CPT پس دانش ما از
شیء با هم منطبقه نادرست است.

(7) در مورد ارتباط بین سؤال 1 و سؤال 4 بحث کنید.

اگر در یک لایه انرژی شش یونیتری (و نادرستی یونیتری) برقرار باشد آنگاه لایه انرژی تبدیل
CPT نیز نادرست است.

(8) با فرض توان کردن از جرم ψ_1 در برابر جرم ψ_2 ، آنتی وایسکی کل $\psi_2 \rightarrow \psi_1 \gamma$ در دستگاه سکون ψ_2 و حسب
 F_i حساب کنید.

$$\mathcal{L} = \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_3 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2 + F_4 \bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2 \} F_{\mu\nu}$$

$$iF : F_1 = -F_2 \quad ; \quad F_3 = +F_4$$

$$\rightarrow \mathcal{L} = \{ F_1 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} (1 + \gamma^5) \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) \psi_1 \} F_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L} = \{ F_R \bar{\psi}_{2R} \sigma^{\mu\nu} \psi_{1L} + F_L \bar{\psi}_{2L} \sigma^{\mu\nu} \psi_{1R} + h.c \} F_{\mu\nu}$$

$$\psi_2 \rightarrow \psi_1 \gamma$$

$$M = - \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} A^{\mu\nu}(q) \bar{u}_1(p_1) \left[\overset{2\sqrt{2}a_M}{\uparrow} (F_R + F_L) + \overset{2\sqrt{2}a_E}{\uparrow} (F_L - F_R) \gamma^5 \right] \frac{i \sigma_{\mu\nu} q^\nu}{m_2} u_2(p_2) \right\}$$

این است همان حفاظتی درستی

این است

همان دوشی انرژی ربط دارد.

$$q \equiv p_2 - p_1$$



$$\rightarrow M = -\frac{i}{m_2} \left\{ A^{\mu\nu}(q) \bar{u}_1(p_1) (a_M + a_E \gamma^5) \sigma_{\mu\nu} q^\nu u_2(p_2) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \sum_{\text{Spins}} |M|^2 &= \frac{-1}{m_2^2} \left\{ \underbrace{A^{\mu M}(q)}_{\substack{\downarrow \\ -g^{\mu B}}} \bar{U}_1(p_1) (a_M + a_E \gamma^5) \tilde{G}_{\mu\nu} q^\nu U_2(p_2) \right\} \\
 &\times \left\{ \bar{U}_2(p_2) q^\alpha \tilde{G}_{\beta\alpha} (a_M + a_E \gamma^5) U_1(p_1) \underbrace{A^{\beta}(q)}_{\substack{\downarrow \\ -g^{\mu B}}} \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \sum_{\text{Spins}} \frac{1}{m_2^2} \left\{ \bar{U}_1(p_1) (a_M + a_E \gamma^5) \tilde{G}_{\mu\nu} q^\nu U_2(p_2) \right\} \left\{ \bar{U}_2(p_2) q_\alpha \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M + a_E \gamma^5) U_1(p_1) \right\}$$

$$= \sum_{\text{Spins}} \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \left\{ \bar{U}_1(p_1) (a_M + a_E \gamma^5) \tilde{G}_{\mu\nu} U_2(p_2) \right\} \left\{ \bar{U}_2(p_2) \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M + a_E \gamma^5) U_1(p_1) \right\}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \left\{ \underbrace{P_1}_{fa} (a_M + a_E \gamma^5) \tilde{G}_{\mu\nu} \underbrace{(p_2 + m_2)}_{bc \quad cd \quad d} \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M + a_E \gamma^5) \underbrace{1}_{ef} \right\}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \text{Tr} \left\{ P_1 (a_M + a_E \gamma^5) \tilde{G}_{\mu\nu} (p_2 + m_2) \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M + a_E \gamma^5) \right\}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \text{Tr} \left\{ P_1 \tilde{G}_{\mu\nu} (p_2 + m_2) \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M - a_E \gamma^5) (a_M + a_E \gamma^5) \right\}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \text{Tr} \left\{ P_1 \tilde{G}_{\mu\nu} (p_2 + m_2) \tilde{G}^{\mu\alpha} (a_M^2 - a_E^2 \gamma^5) \right\}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \text{Tr} \left\{ P_1 \tilde{G}_{\mu\nu} (p_2 + m_2) \tilde{G}^{\mu\alpha} (|a_M|^2 - |a_E|^2 \gamma^5) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha \text{Tr} \left\{ P_1 P_2 \left[\gamma^\delta \tilde{G}_{\mu\nu} \gamma^\rho \tilde{G}^{\mu\alpha} (|a_M|^2 - |a_E|^2 \gamma^5) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \underbrace{m_2 P_1 \gamma^\delta \tilde{G}_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\alpha} (|a_M|^2 - |a_E|^2 \gamma^5)}_{=0} \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{m_2^2} q^\nu q_\alpha P_1 P_2 \left\{ -16 g_{\mu\nu} \dots \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Gamma(\psi_2 \rightarrow \psi_1 \gamma)}{d(\cos\theta)} = \frac{1}{8\pi} m_2^3 [|F_R|^2 (1 - \epsilon_2 \cos\theta) + |F_L|^2 (1 + \epsilon_2 \cos\theta)]$$

قطبش ψ_2 است

$$\rightarrow \Gamma = \frac{1}{8\pi} m_2^3 [2|F_R|^2 (1 - \epsilon_2 \times 0) + 2|F_L|^2 (1 + 0)]$$

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi} m_2^3 [|F_R|^2 + |F_L|^2]$$

۹) با فرض آنکه اسپین ψ_2 در جهت $\hat{z}$ است آهنگ واپاشی جزئی $\frac{d\Gamma}{d(\cos\theta)}$ را حساب کنید. θ زاویه ی بین قطبش ψ_1 و اسپین ψ_2 می باشد.

جواب همان قبل است

$$\frac{d\Gamma}{d(\cos\theta)} = \frac{1}{8\pi} m_2^3 [|F_R|^2 (1 - \cos\theta) + |F_L|^2 (1 + \cos\theta)]$$

۱۰) اگر قطبش ψ_2 ، هستاد درجه در جهت $\hat{z}$ باشد، $\frac{d\Gamma}{d(\cos\theta)}$ را دوباره حساب کنید.

توضیح: وقتی بیان می شود که ψ_2 قطبش است، هستاد درجه در جهت $\hat{z}$ است یعنی آنکه ۹۰ درجه در جهت $\hat{z}$ می باشد و ۱۰ درجه منفی $\hat{z}$ را که هستاد درجه و منفی قطبش مستقیماً است و ۲۵ درجه باقیمانده نیز نصف درجه در جهت $\hat{z}$ و نصف درجه در جهت $\hat{z}$ است. P_0 نشانگر قطبش ψ_2 در جهت $\hat{z}$ بود بنابراین در رابطه ی فوق بجای P_0 ، ۰.۸ قرار می دهیم

$$\rightarrow \frac{d\Gamma}{d(\cos\theta)} = \frac{1}{8\pi} m_2^3 [|F_R|^2 (1 - 0.8 \cos\theta) + |F_L|^2 (1 + 0.8 \cos\theta)]$$

۱۱) بعد جری F_1, F_2, F_3, F_4 را برآورد کنید. (با فرض $[F_i] = M^n$ ، n به دست آورده)

$$\left\{ \begin{array}{l} [L] = M^4 \\ [\psi_i] = M^{3/2} \\ [F_{\mu\nu}] = M^2 \end{array} \right. \rightarrow [L] = [F_i] [\psi]^2 [F_{\mu\nu}] \rightarrow [F_i] = M^{4-3-2} = M^{-1}$$

۱. فرض می‌کنیم که لگزانتری مؤثر در اثر تعقیبات حلقی ذرات سنگین تر با لگزانتری زیرین است:

$$m_\phi^2 |\phi|^2 + m_\psi \bar{\psi} \psi + \lambda_1 \phi \bar{\psi} \psi_1 + \lambda_2 \phi \bar{\psi} \psi_2 + h.c$$

که در آن $m_\psi \ll m_{\psi_2} \ll m_\phi, m_{\psi_1}$ است.

با ابعاد لگزانتری شش‌گانه ابعاد، با توجه به تقارن‌ها بسط F_1, F_2, F_3, F_4 بر حسب

پارامترهای لگزانتری فوق‌نحسین می‌کنیم.

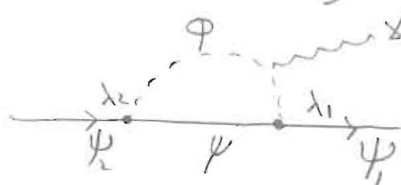
$$\mathcal{L} = [F_1 \bar{\psi}_2 \gamma^{\mu\nu} \psi_1 + F_2 \bar{\psi}_2 \gamma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_1 + F_3 \bar{\psi}_1 \gamma^{\mu\nu} \psi_2 + F_4 \bar{\psi}_1 \gamma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi_2] F_{\mu\nu}$$

(۱) در لگزانتری فوق F_2, F_4 ظاهر می‌شوند، با این‌که با این‌که ψ_1 و ψ_2 چپ‌دست هستند، $\bar{\psi}_1$ و $\bar{\psi}_2$ راست‌دست هستند.

اما در لگزانتری مؤثر مربوط به تعقیبات ذرات سنگین‌تر، جای با این‌که چپ‌دست و راست‌دست بودن با این

نمی‌تواند $F_2 = F_4 = 0$ باشد.

(۲) دیگر برای لگزانتری تعقیبات حلقی وجودی است:



$$\Rightarrow F_1, F_3 \propto \frac{1}{16\pi^2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{m_\phi m_\psi} \rightarrow \text{برای ابعاد} \begin{cases} [F_i] = M^{-1} \\ [\lambda] = M^0 \end{cases} \rightarrow \text{رابطه ابعاد ابعاد هم درست است.}$$

نری است که وقتی در حالت سنگین‌تر
تبدیل درجه انتزاعی می‌شود، ظاهر
می‌شود.

(جواب سؤال تا این جایی است که می‌خواهیم باشد)

(۳) اما اگر در تعقیبات $\bar{\psi} \gamma^{\mu\nu} \psi$ در لگزانتری، سؤال chiral-tilting باشد، چنانچه وجود چپ‌دست و راست‌دست

می‌تواند تعقیبات را برکند:

$$F_1, F_3 \propto \frac{1}{16\pi^2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{m_\phi m_\psi} \left(\frac{m_\mu}{m_\phi m_\psi} \right)$$